

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА

**Белкін Євгеній Володимирович**

УДК 004.942

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ МОДУЛЯЦІЙНОЇ НЕСТІЙКОСТІ  
ХВИЛЬ В СЕРЕДОВИЩАХ З КУБІЧНОЮ НЕЛІНІЙНІСТЮ**

Спеціальність 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

**АВТОРЕФЕРАТ**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Харків – 2010

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському національному університеті імені В.Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України.

**Науковий керівник:** доктор фізико-математичних наук, професор Куклін Володимир Михайлович, Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна, завідувач кафедри штучного інтелекту та програмного забезпечення факультету комп'ютерних наук.

**Офіційні опоненти:** доктор технічних наук, професор Міхальов Олександр Ілліч, Національна металургійна академія України, завідувач кафедри інформаційних технологій і систем;

доктор технічних наук, професор Хажмурадов Манап Ахматович, Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут», начальник відділу математичного моделювання та дослідження ядерно-фізичних процесів.

Захист відбудеться «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2010 р. о \_\_\_\_\_ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 64.051.09 Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна за адресою: 61077, м. Харків, площа Свободи, 4, ауд. \_\_\_\_\_

З дисертацією можна ознайомитися у Центральній науковій бібліотеці Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна за адресою: 61077, м. Харків, площа Свободи, 4.

Автореферат розісланий «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2010 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради К 64.051.09

С. І. Шматков

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** У предметній області, якою є фізика і техніка транспортування й проведення квазімонохроматичних хвиль великої амплітуди в пристроях і середовищах з найбільш поширеною на практиці кубічною нелінійністю, виникає необхідність вивчення найважливіших для такого транспортування нестійкостей зі збудженням щільних спектрів збурень. Виникнення таких спектрів здатне призвести до просторово-часової модуляції хвилі, що розповсюджується. Модуляційні нестійкості хвиль великої амплітуди в середовищах можуть викликати аномально великі сплески їхньої амплітуди. Зокрема, нелінійні ефекти у плазмових хвилеводах можуть призвести до формування імпульсів з густиною енергії на порядок більшою за номінальну енергію хвилі, що розповсюджується. З одного боку подібні явища можуть заподіяти шкоду технічному пристрою – наприклад, призвести до непрогнозованого пробою плазмового хвилеводу, а з іншого боку – можуть явитися основою для створення генератора високоенергетичних імпульсів. Пояснення механізмів та виявлення умов виникнення подібних нелінійних ефектів є важливою та актуальною задачею, рішення якої дозволить уточнити робочі точки приладів та може бути корисним при проектуванні примірників нових технічних пристроїв.

Нелінійні ефекти аналогічної природи закладені в основу функціонування антиферромагнітного фільтру, який використовується для обмеження інтенсивності магнітних хвиль у магнітохвилеводах. Існуючий математичний опис процесів, які відбуваються у таких пристроях, не дозволяє отримати дані про форму хвильового поля та його просторовий розподіл. Ця інформація може бути корисна для проектування більш ефективної геометрії та розмірів вищезгаданих пристроїв. Створення математичної моделі процесу, яка дозволить детально моделювати просторову структуру потоку, що проходить крізь пристрій, є актуальною та важливою задачею.

Виявлення механізмів пригасовування нелінійних ефектів модуляції або прогнозування наслідків їхнього розвитку може мати велике значення, зокрема, й для морського транспорту, адже модуляційні нестійкості притаманні також гравітаційним хвилям на глибокій воді. Існуючі технічні системи моніторингу океанського хвилювання потребують ефективного математичного апарату для завчасного виявлення областей Світового океану, в яких можливі появи аномально високих хвиль.

Для виділення та вивчення вищезгаданих природних явищ, раціонально створювати оптимальні, орієнтовані на їх детальне вивчення, математичні моделі фізичних процесів. Зокрема, для аналізу еволюції хвилі великої амплітуди, що перевищує поріг модуляційної нестійкості, корисно створити декілька моделей, що послідовно враховують вплив ступеню перевищення порогу нестійкості, неодновимірності та різних варіантів нагнітання. У разі суттєвого відступу від порогу нестійкості для потужніших хвиль необхідне створення моделей, що додатково враховують слабкіші взаємодії між модами нестійкого спектру. Відхилення у симетрії збуджуваних бічних спектрів хвиль в середовищі з сильною дисперсією посилюють інтерференційні процеси, і це вимагає розгляду в межах іншої моделі. Використання таких моделей, що

відрізняються як рівнями складності, так і сферами застосовності, дозволить користувачам-дослідникам і технологам раціонально вибрати режими транспортування хвильової енергії, розробити методи діагностики і виявлення небезпечних сторін природних явищ, уточнити робочі точки приладів, що використовують або враховують вищезгадані процеси.

Розробка моделей процесів і явищ передбачає з'ясування їхньої коректності та адекватності; визначення оптимальних режимів моделювання, у тому числі для економії обчислювальних ресурсів. Крім того, під час розробки і реалізації кожної моделі необхідно оцінювати вплив випадкових помилок і початкових умов на стійкість рішень, розробляти методи аналізу та обробки результатів у межах раціонального і зручного для користувача інтерфейсу. Потреби предметної області у проведенні подібних досліджень за допомогою низки адаптованих для конкретних цілей математичних моделей необхідної якості свідчать про актуальність теми даної дисертації.

**Зв'язок роботи з науковими програмами.** Дисертаційна робота виконана на факультеті комп'ютерних наук у Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна. Тематика, якій присвячена робота, пов'язана з участю співробітників факультету і кафедри штучного інтелекту та програмного забезпечення разом з автором дисертації в роботі над науковими бюджетними темами МОН України «Дослідження трансформації та еволюції структури матеріалів при комплексному зовнішньому впливі» номер державної реєстрації ДР 0103U004208 та «Дослідження стабільності структури просторово-неоднорідних конденсованих середовищ» номер державної реєстрації ДР 0106U003135.

#### **Мета і задачі дослідження.**

**Метою** дослідження є створення ефективних математичних моделей процесів розвитку модуляційної нестійкості хвиль намагніченості у антиферомагнітних обмежувачах потужності та інтенсивних електромагнітних хвиль у плазмових хвилеводах, задля вибору й оптимізації їх керуючих параметрів, а також створення математичної моделі океанського хвилювання для застосування у складі програмного забезпечення систем супутникового моніторингу.

Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити **наступні задачі**:

1. Отримати системи рівнянь, які описують нестабільність квазімонохроматичних хвиль великої амплітуди у нерівноважних середовищах з кубічною нелінійністю, що відповідає умовам технічного використання в антиферомагнітних фільтрах, плазмових хвилеводах та при моніторингу океанського хвилювання.

2. На базі адаптованих до технічних умов систем рівнянь побудувати одновимірні та двовимірні математичні моделі модуляції інтенсивних хвиль у багатомодовому вигляді з метою вивчення процесів у різних режимах їх протікання.

3. Дослідити розроблені моделі на предмет існування та єдиності розв'язку, стійкості рішень за початковими умовами та змінними параметрами; провести верифікацію моделей та розрахункових алгоритмів.

4. Вивчити отримані моделі в різних режимах їхнього функціонування у максимально можливих діапазонах зміни параметрів з метою виявлення характерних умов появи фізичних ефектів, що спостерігаються у технічних та природних системах.

5. Застосувати інструментарій математичного моделювання для багатofакторного аналізу отриманих математичних моделей процесів, у тому числі: розробити нові або модифікувати та застосувати існуючі математичні методи з метою прискорення розрахунків і підвищення ефективності аналізу та інтерпретації результатів моделювання; показати коректність застосованих методів.

6. На підставі результатів дисертаційної роботи виробити рекомендації, які можуть бути корисними при дослідженні, проектуванні або виготовленні нових технічних об'єктів і систем.

**Об'єкт дослідження:** процеси розповсюдження хвиль великої амплітуди та явища їхньої самомодуляції у антиферомагнетиках, плазмових хвилеводах та на поверхні океану.

**Предмет дослідження:** математичні моделі процесів розповсюдження хвиль великої амплітуди, які враховують явища самомодуляції у антиферомагнетиках, плазмових хвилеводах та інтенсивних хвиль на поверхні океану.

**Методи дослідження.** Основним методом проведення дослідження за темою дисертаційної роботи є розробка математичних моделей та проведення чисельних експериментів, для підготовки та реалізації яких були використані методи та інструментарій математичного моделювання, математичний апарат диференціальних рівнянь, чисельні методи розв'язання систем диференціальних рівнянь, методи та прийоми алгоритмічного програмування.

**Наукова новизна отриманих результатів** полягає в отриманні нових математичних моделей у маловивчених і не вивчених раніше багатомодових режимах модуляційної нестійкості інтенсивних хвиль у нерівноважних середовищах з кубічною нелінійністю і кінцевим рівнем поглинання. Зокрема, отримані такі наукові результати.

1. Вперше розроблена та досліджена математична модель розвитку модуляційної нестійкості монохроматичної хвилі, що розповсюджується у сильно нелінійній системі, якою є плазмовий хвилевод, у багатомодовому вигляді; показано, що нелінійні ефекти нестійкості призводять до самомодуляції хвильового поля та можуть спричинити появу непередбачуваних сплесків інтенсивності; знайдені умови формування аномальних сплесків обвідної хвильового поля.

2. Вперше розроблена та досліджена математична модель розповсюдження інтенсивних хвиль, яка враховує розвиток модуляційної нестійкості в середовищі з сильною дисперсією у відкритих системах у багатомодовому представленні та здатна описати виникнення аномально великих хвиль на поверхні океану.

3. Отримала подальший розвиток теорія модуляційної нестійкості хвиль намагніченості у антиферомагнетиках: розроблена математична модель, яка, на відміну від попередніх, дозволяє описати поле коливань, що формується у процесі розвитку нестійкості магнітної хвилі в антиферомагнітному фільтрі, а також розглядати нестационарну та неоднорідну магнітну накачку

**Практичне значення одержаних результатів** полягає в наступному.

1. Показано можливість застосування запропонованого математичного опису для моделювання процесів розвитку нестійкості в антиферромагнітних обмежувачах потужності. Наведені співвідношення між фізичними значеннями амплітуд і рівнів потужності та параметрами моделі, які дозволяють коректно і адекватно описувати реальні процеси.

2. Визначено параметри сплесків інтенсивності на різних етапах розвитку процесу нестійкості хвилі, що розповсюджується в нелінійному плазмовому середовищі; виявлено ефекти осциляторного обміну енергією між основною модою і модами спектру нестійкості; встановлено аналогію виявлених ефектів з процесами, що відбуваються в реальних технічних системах. Вказано умови формування квазістійких фізичних станів, які характеризуються сталістю енергії спектра збудження. Наведено вирази для перерахунку модельних параметрів у параметри плазмових хвилеводів, що дозволяє застосовувати результати моделювання при проектуванні нових пристроїв чи уточненні робочої точки існуючих.

3. Вироблено рекомендації щодо виділення областей та інтервалів часу найбільш імовірної появи аномальних хвиль у Світовому океані; показано можливість застосування в системах космічного моніторингу як самої математичної моделі океанського хвилювання, так і результатів чисельних експериментів, які були проведені на її основі.

4. Розроблено програмне забезпечення для моделювання процесів, що описуються запропонованими моделями, до складу якого входить інструментарій візуалізації, статистичної обробки, автоматизованого аналізу отриманих даних. Розроблене програмне забезпечення дозволяє проводити дослідження моделей у різних режимах функціонування у великому діапазоні параметрів.

5. Застосовано метод шаблонного програмування, за допомогою якого було розроблено інтерфейс взаємодії з розрахунковим алгоритмом. Застосування специфікації взаємодії дало змогу автоматизувати проведення серій чисельних експериментів для отримання великого об'єму статистичних даних, а також швидко розробляти та впроваджувати в програмне забезпечення додаткові алгоритми обробки та інтерпретації результатів моделювання.

6. Розроблено алгоритм експрес-аналізу хвильового поля для отримання статистичних даних щодо розподілу хвильової енергії та виявлення аномальних сплесків модуляції поля безпосередньо під час моделювання. Реалізовано оптимізацію моделі шляхом організації паралельних обчислень.

**Особистий внесок автора** в наукові статті полягає в наступному. У роботі [1] автор приймав участь у постановці задачі, виведенні систем рівнянь; автором було проведене чисельне моделювання процесу розвитку модуляційної нестійкості у хвильовому середовищі за умов близькості системи до порогу нестабільності, знайдені залежності енергії збуджуваного спектру і його спектральної ширини від рівня поглинання енергії в середовищі в режимі розвиненої нестійкості, виявлено характер формування хвильового пакету і процес звуження спектру нестійких коливань. У роботі [2] автором було побудовано математичну модель модуляційної нестійкості хвилі

кінцевої амплітуди у нелінійному середовищі; описано метод побудови моделі, що базується на рівнянні Лайтхілла, показано можливість прискорення процесу моделювання та зменшення ресурсоемності моделі шляхом виключення малих параметрів, високу обчислювальну стійкість моделі; проілюстровано процес формування спектрів нестійкості, отримані усі наведені в роботі результати. У роботі [3] автор брав участь у постановці задачі, процесі отримання систем рівнянь, автором було побудовано опис процесу розвитку модуляційної нестійкості в одновимірному та двовимірному випадку, були розглянуті особливості двовимірної моделі, отримані діаграми залежності енергетичних показників процесу від часу для двовимірної моделі, візуалізація двовимірного поля коливань, фізичні характеристики спектру нестійкості, побудовано опис еволюції спектру нестійкості. Роботи [4,5] виконані автором самостійно. У роботі [6] автор приймав активну участь у розробці математичної моделі нестійкості хвилі у нелінійному середовищі, автором було проведено дослідження отриманої моделі, запропоновано оптимізацію розрахункового алгоритму.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати дослідження доповідалися та отримали високу оцінку на 5 міжнародних наукових конференціях:

IXth International Conference «Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science», Febr. 19-23, 2008, Slavsko, Ukraine, Proceedings. – Lviv, 2008. – p. 284-285.

XII міжнародна наукова конференція імені академіка М. Кравчука, 15-17 травня 2008, Київ, Україна – Київ, 2008. – с. 499.

Міжнародна наукова конференція «Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту» т.2, 18-22 травня 2009 р. Євпаторія, Україна – Євпаторія, 2009. – с 22-26.

X міжнародний семінар «Плазмова електроніка та нові методи прискорення», 25-29 серпня 2008 р, м. Харків. Тези доповідей – Харків, 2008 – с 46-50.

Міжнародна конференція МСС-09 «Трансформація волн, когерентные структуры и турбулентность», 23-25 листопада 2009 р., Москва, Росія. Тези доповідей – Москва, 2009 – с 117-121.

**Публікації.** Основні результати дослідження опубліковано в 6 наукових статтях, 5 з яких відповідають переліку ВАК як фахові з технічних наук, та у 5 збірниках доповідей на наукових конференціях.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертація складається з вступу, чотирьох розділів, висновків, переліку використаних джерел. Повний обсяг дисертації складає 153 сторінки, включаючи 45 рисунків, 2 таблиці, 11 сторінок переліку використаних джерел зі 109 найменувань, 1 додаток.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** проведено дослідження літературних джерел, обґрунтовано вибір теми, її актуальність та проблематика, визначено об'єкт та предмет дослідження, мета та задачі дослідження, зв'язок роботи з науковими програмами. Подано перелік результатів дисертаційного дослідження, що

складають наукову новизну, вказано практичне значення отриманих результатів. У вступі наведено перелік наукових праць за темою дисертації, а також перелік наукових конференцій, на яких було проведено апробацію результатів.

У першому розділі дисертаційної роботи отримано математичні моделі процесу розвитку нестійкості монохроматичної хвилі у трьох принципово різних випадках розповсюдження в одномірному та двомірному представленні. Наводиться методика отримання систем диференціальних рівнянь, що описують модуляційні нестійкості хвилі. Докладно описано процес виведення систем рівнянь, що описують розвиток амплітудно-просторового спектру модуляційних нестійкостей хвилі великої амплітуди в багатомодовому поданні за умов:

1. близькості до порогу нестійкості у слабодисперсному середовищі;
2. сильного перевищення порогу нестійкості у слабодисперсному середовищі;
3. сильного перевищення порогу нестійкості у середовищі з сильною дисперсією.

Отримано системи у одномірному та двомірному випадках.

Також розглянуто вплив початкових умов, вказано можливі джерела підтримки монохроматичної хвилі великої амплітуди, визначено області задання параметрів, наведено спосіб візуалізації впливу спектру нестійкості на основну хвилю в одномірному та двомірному випадках.

Розглядається монохроматична хвиля

$$E = A(x, t) \cdot \exp(i\omega_0 t - ik_0 x) \quad (1)$$

з частотою  $\omega_0$  та хвильовим числом  $k_0$ , яка розповсюджується у хвильовому середовищі зі слабкою дисперсією та кубічною нелінійністю.  $A(x, t)$  – комплексна амплітуда хвилі, що повільно змінюється, підпорядкована рівнянню Лайтхілла для відкритих систем:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -\delta A - i \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - iA|A|^2 + g, \quad (2)$$

де  $\delta$  – декремент поглинання,  $g$  – зовнішнє джерело енергії, що підтримує хвилю.

Нестійкість хвилі розуміється як збудження спектру поздовжніх збурень на частоті  $\omega_0$ , тобто комплексна амплітуда хвилі може бути представлена у вигляді:

$$A_0 = u_0(t) \exp(i\varphi_{k_0}(t) - ik_0 x) + \sum_{n \neq 0} u_n(t) \exp(i\varphi_{k_n}(t) - ik_n x) \quad (3)$$

де  $u_0(t)$ ,  $u_n(t)$  – дійсні амплітуди основної хвилі і коливань нестійкості,  $k_0, k_n$  – хвильові числа основної хвилі і коливань нестійкості,  $\varphi_{k_0}(t)$ ,  $\varphi_{k_n}$  – фази коливань з хвильовими числами  $k_0, k_n$ .

Кожна пара симетрично розташованих відносно основної хвилі мод збурень безпосередньо взаємодіє з основною хвилею, причому для взаємодіючих хвиль виконується наступне співвідношення, зумовлене видом нелінійності:



$$k_n + k_{-n} = 2k_0, \quad (4)$$

У даному випадку слабкої надпороговості в умовах малості збурень взаємодією між модами спектру нехтуємо.

Амплітуда кожної з мод збурень підпорядковується рівнянню Лайтхілла (2). Підставляючи  $A_n = u_n(t) \exp(i\varphi_{k_n}(t) - ik_n x)$  в (2) з урахуванням діаграми нелінійної взаємодії (4) та розглядаючи окремо дійсну та уявну частини, отримуємо вираз для амплітуди і фази мод спектру нестійкості:

$$\begin{aligned} \frac{du_n}{dt} &= \left( -\delta + u_0^2 \frac{u_{-n}}{u_n} \sin \Phi_n \right) u_n, \\ \frac{d\varphi_n}{dt} &= K_n^2 - u_0^2 \frac{u_{-n}}{u_n} \cos \Phi_n - \left( 2u_0^2 + \sum_{m>0}^N (u_m^2 + u_{-m}^2) - \frac{1}{2} u_n^2 \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Для основної хвилі:

$$\begin{aligned} \frac{du_0}{dt} &= u_0 \cdot \left( -\delta + 2 \sum_k u_k^2 \sin \Phi_k \right) + g_0, \\ \frac{d\varphi_0}{dt} &= -u_0^2 - 2 \sum_{m>0}^N (u_m^2 + u_{-m}^2) - 2 \sum_{m>0}^N u_m u_{-m} \cos \Phi_m, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $\Phi_n = 2\varphi_0 - \varphi_n - \varphi_{-n}$

Рівняння (5),(6) утворюють систему диференціальних рівнянь, достатню для опису процесу розвитку нестійкості монохроматичної хвилі в середовищі з кубічної нелінійністю і слабкою дисперсією при слабкому перевищенні хвилею порогу нестійкості

У разі **сильного перевищення порогу нестійкості** враховуються просторові взаємодії між модами спектру нестійкості, хвильові числа яких підпорядковуються виразу

$$k_s + k_{-s} = k_n + k_{-n} \quad (7)$$

Урахування даного виду взаємодій, а також показана в роботі симетрія задачі, призводять до таких рівнянь для опису розвитку спектру нестійкості у випадку сильної надпороговості:

$$\begin{aligned} \frac{du_s}{dt} &= u_s \left( -\delta + u_0^2 \sin \Phi_s + 2 \sum_{n \neq s}^N u_n^2 \sin \Psi_{sn} \right) \\ \frac{d\varphi_s}{dt} &= K_s^2 - 2 \left( u_0^2 + \frac{3}{2} u_s^2 + 2 \sum_{n \neq s}^N u_n^2 \right) - u_0^2 \cos \Phi_s - 2 \sum_{n \neq s}^N u_n^2 \cos \Psi_{sn} \end{aligned} \quad (8)$$

де  $\Psi_{sn} = \Phi_s - \Phi_n$ ,  $K_n = k_n - k_0$ .

Рівняння (8) у сукупності з рівняннями (6) дозволяють математично описати процес розвитку нестійкості монохроматичної хвилі в середовищі з кубічної нелінійністю і слабкою дисперсією при сильному перевищенні хвилею порогу нестійкості.

Для двомірного випадку враховуються нестійкості, які розповсюджується під кутом до напрямку основної хвилі, їх взаємодія з основною хвилею та вплив спектру нестійкості на останню.

Для хвиль, що поширюються в середовищі із **сильною дисперсією**, використовується наступне дисперсійне співвідношення:

$$\omega = kW = \sqrt{gk} \cdot \left( 1 + \frac{a^2 k^2}{2} + \dots \right) \quad (9)$$

де  $\omega$  – відхилення поверхні,  $W$  – швидкість хвилі,  $g$  – прискорення вільного падіння. У такому разі, рівняння для комплексної амплітуди хвилі може бути представлено у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_K}{\partial t} &= -\delta A_K - i\sqrt{g(k_0 + K)}A_K - i\sqrt{g(k_0 + K)}\frac{(k_0 + K)^2}{2} \{ |A|^2 A \}_K = \\ &= -\delta A_K - i\sqrt{g(k_0 + K)}A_K - i\sqrt{g(k_0 + K)}\frac{(k_0 + K)^2}{2} \cdot \\ &\cdot \left\{ A_K [2|A_0|^2 + 2 \sum_{K' \neq K, 0} |A_{K'}|^2 + |A_K|^2] + A_{-K}^* \left( A_0^2 + \sum_{K \neq K, 0} A_K \cdot A_{-K} \right) \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

У багатомодовому поданні з урахуванням нелінійної взаємодії між модами і основною хвилею отримуємо для дійсних амплітуд та фаз:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial u_0}{\partial \tau} + \delta u_0 + u_0 \cdot \sum_{K \neq K, 0} u_K u_{-K} \cdot \sin \Phi_K &= G \\ \frac{\partial \varphi_0}{\partial \tau} &= -u_0^2 - 2 \sum_{K \neq 0} u_K^2 - \sum_{K \neq 0} u_K u_{-K} \cdot \cos \Phi_K \\ \frac{\partial u_K}{\partial \tau} &= -\delta_d u_K + (1 + K_m)^{2.5} \cdot (u_{-K} \cdot u_0^2 \sin \Phi_K + \\ &+ u_{-K} \sum_{K \neq K, 0} u_K u_{-K} \cdot \sin(\Phi_K - \Phi_{K'})) \\ \frac{\partial \varphi_K}{\partial \tau} &= -\frac{2(\sqrt{(1 + K_m)} - 1)}{\alpha} - (1 + K_m)^{2.5} \cdot ((2u_0^2 + 2 \sum_{K' \neq K, 0} u_{K'}^2 + u_K^2) + \\ &+ \frac{u_{-K}}{u_K} u_0^2 \cos \Phi_K + \frac{u_{-K}}{u_K} \sum_{K \neq K, 0} u_K u_{-K} \cdot \cos(\Phi_K - \Phi_{K'})) \end{aligned} \right. \quad (11)$$

де  $K_m = m \cdot \Delta K / k_0$ ,  $\Delta K = \frac{2K_{Max}}{N}$ ,  $\frac{(K_{Max} / k_0)^2}{4k_0^2 |A_0|^2} = 2$ .

Рівняння для двовимірної нестійкості хвилі великої амплітуди були отримані аналогічно попередній моделі.

У другому розділі подано опис математичної моделі нестійкості хвилі кінцевої амплітуди в багатомодовому поданні за умови **слабкого перевищення** межі нестійкості, а також наведені результати чисельного дослідження отриманої моделі (5)-(6) при різних параметрах процесу.

Модель описує процес обмеження потужності хвилі, що пропускається через антиферромагнітний фільтр. Накачкою виступає монохроматична хвиля намагніченості, що подається на антиферромагнітний фільтр високої частоти.

Фільтр пропускає випромінювання, густина енергії якого відповідає пороговому рівню модуляційної нестійкості хвилі накачування відносно збудування спінових хвиль у антиферромагнетику. Нижче у таблиці 1 наведено коефіцієнти переведення параметрів моделі у параметри антиферромагнітного фільтра, які є основним елементом реального обмежувача потужності.

Представлення параметрів моделі  
у розмірній (CGS) формі для магнітних систем

Величина	Представлення у розмірній (CGS) формі
Частота	$\sqrt{2\omega_a\omega_{ex}}$
Напруженість магнітного поля	$A \cdot (2g\omega_{ex}/M _{t=0})^{-1/2}$
Час	$\tau \cdot (2g\omega_{ex}/M _{t=0})^{-1}$
Координата	$\xi \cdot k^{-1}$

де в антиферромагнетику частоти в кожній з двох антипаралельних підрешіток дорівнюють  $\omega_0^2 = \Omega_0^2 = 2\omega_a\omega_{ex}$ , де  $\omega_a$  – частота прецесії окремо взятої підрешітки,  $\omega_{ex} = gH_{ex}$  – визначає величину сильного антиферромагнітного обміну між підрешітками  $H_{ex} = BM$ , ( $B$  – так звана «обмінна константа», яка зазвичай в цьому випадку має велике значення, и  $M$  – намагніченість). Частоти прецесії порядку  $2\pi \cdot (1 \div 3) \cdot 10^{10}$ , а з урахування нелінійності  $\omega = \omega_0(\vec{k}) + 2T|b|^2$ , причому  $T \propto g\omega_{ex}/M \propto g^2B$ ,  $g = 2\pi \cdot 2,8$  МГц/е, енергія системи для спектру  $N = \omega_{0k} \sum_{k,k'} b_k b_{k'}$ .

У даному розділі побудовано скінченно-різницеву схему для системи диференціальних рівнянь. Визначено області задання параметрів системи і початкові умови, доведено існування та єдиність розв'язку розглянутої системи рівнянь. Подано опис математичної моделі в багатомодовому режимі, а також наведені результати чисельного дослідження отриманої моделі (5)-(6) при різних параметрах процесу. Також наведено оцінку похибки, яка спричинена переходом до скінченно-різницевої схеми розв'язання системи диференціальних рівнянь, проведено верифікацію розрахункового алгоритму, аналіз локальних та інтегральних характеристик процесу, представлено обґрунтування вибору початкових умов моделювання.

У результаті чисельного експерименту отримано візуалізацію процесу еволюції спектра нестійкості (див. рис. 1). Також отримано візуалізацію хвильового поля та показано вплив ефектів самомодуляції на форму обвідної (див. рис. 2).

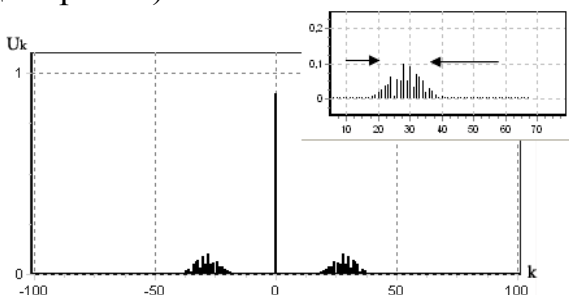


Рис. 1. Розвиток спектра нестійкості

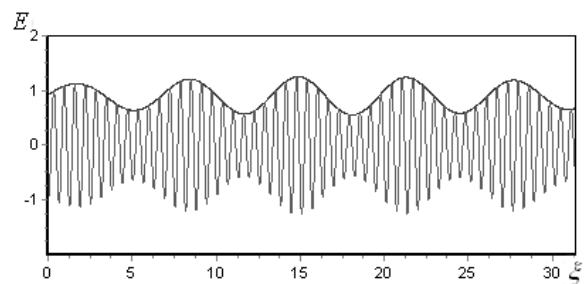


Рис. 2. Модуляція основної хвилі під впливом спектра нестійкості

Інтегральні характеристики процесу викладено на рис. 3. Легко бачити, що в процесі розвитку нестійкості формуються нові фізичні стани системи, що відповідають сталим значенням енергії спектру.

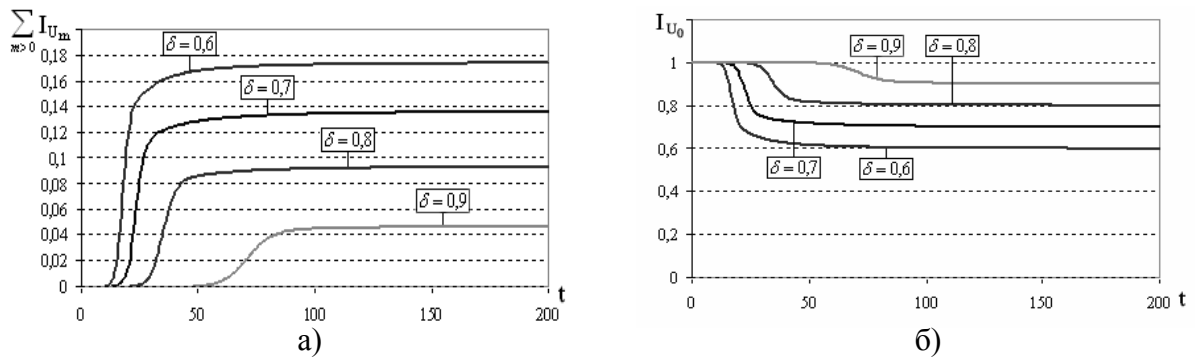


Рис. 3. Інтегральні характеристики процесу: а) – сумарна інтенсивність спектру нестійкості  $I_S = 2 \sum_{m>0} u_m^2$ , б) – інтенсивність основної моди  $I_0 = u_0^2$

В умовах слабого перевищення порогу нестійкості ширина спектрів зменшується і система повільно переходить у режим регулярної модуляції.

На рис. 4. представлено динаміку зміни кількості збуджених мод протягом розвитку процесу нестійкості. На основі аналізу поведінки даного показника було розроблено методику оптимізації розрахункової схеми шляхом виключення з процесу розрахунків рівнянь, які описують моди малої амплітуди. Оптимізація застосовується після переходу системи у квазілінійну стадію, яка характеризується поступовим звуженням спектру та повільною зміною амплітуди збурень.

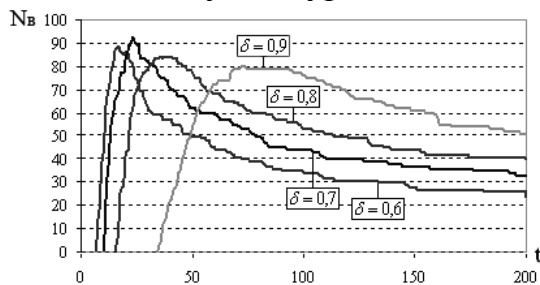


Рис. 4. Залежність кількості збуджених мод у спектрі нестійкості від часу

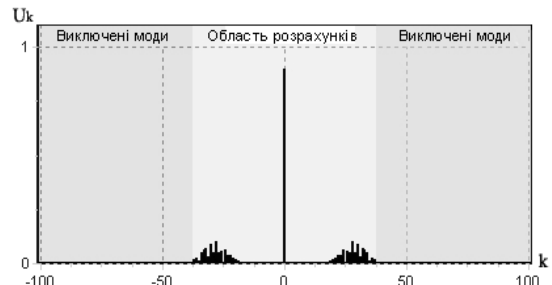


Рис. 5. Виключення з розрахункової схеми рівнянь для слабких збурень під час моделювання

Аналізуючи значення похідної амплітуди за часом  $\frac{du_n}{dt}$  та значення амплітуди моди  $u_n$  починаючи з максимального номера  $n = N$  та рухаючись в бік зменшення номерів, знаходимо номер  $N_{out}$ , такий для якого  $u_{N_{out}} \geq \varepsilon$  та  $\left| \frac{du_{N_{out}}}{dt} \right| \geq \frac{\varepsilon}{2}$ , де  $\varepsilon$  – мала величина, яка підбирається емпірично, виходячи з необхідної точності розрахунків. Враховуючи симетрію задачі, приймається рішення про виключення з процесу розрахунків рівняння для мод з номерами  $n \geq N_{out} + 1$  и  $n \leq -(N_{out} + 1)$  (див. рис. 5)

Доведено коректність та ефективність застосування методики. Розглянуто інтегральний показник системи  $I = \sum_m u_m^2$  при розрахунках з багаторазовим застосуванням оптимізації та без неї. На рис. 6 приведено

відносне відхилення у відсотках  $R_I(t, \varepsilon) = \frac{|I - I'|}{I} \cdot 100\%$  отриманих значень інтегрального показника  $I$ .

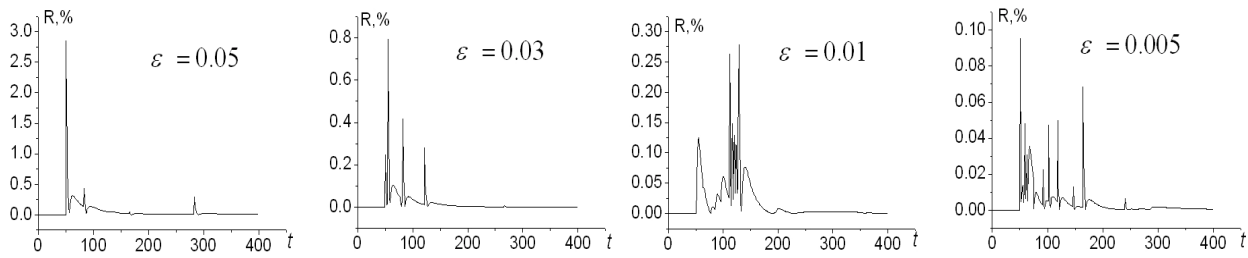


Рис. 6. Відносне відхилення  $R_I(t, \varepsilon) = \frac{|I - I'|}{I} \cdot 100\%$  для інтегрального показника системи, яке спричинене оптимізацією розрахункової схеми.

Як легко бачити з рис. 6, помилка, що вноситься у розрахунки оптимізацією, є тим меншою, чим менше значення має поріг виключення  $\varepsilon$  та наближається до нуля за невелику кількість кроків подальшого моделювання. Подібна реакція інтегрального показника на штучно внесені збурення свідчить про високу стійкість розрахункової схеми, яка може бути пояснена інтегрально-диференціальним виглядом моделі, а з фізичної точки зору – високою стабільністю динамічної системи зі скомпенсованим припливом та витоком енергії. Про ефективність застосування зазначеної схеми оптимізації свідчить прискорення процесу моделювання у 1.5 рази для моделі розвитку нестійкості у випадку слабого перевищення порогу та подальше її застосування в моделі розвитку нестійкості у разі сильного перевищення порогу нестійкості з прискоренням у 3.7 рази для випадку моделювання до значення  $t = 200$ .

**Третій розділ** роботи присвячений побудові та аналізу математичної моделі модуляційної нестійкості хвилі кінцевої амплітуди, що розповсюджується в нелінійному слабодисперсному середовищі за умов **сильного перевищення** порогу розвитку нестійкості. Розглянуті умови розповсюдження реалізуються у плазмовому хвилеводі при транспортуванні високочастотних монохроматичних хвиль великої енергії. Відповідність параметрів моделі та плазмового хвилеводу, який являє собою традиційний коаксіальний хвилевод радіуса  $R$  з циліндричним шаром плазми радіуса  $R_d$  (див. рис. 7), відображено в таблиці 2.

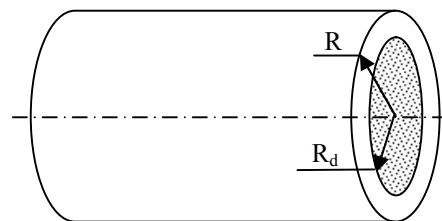


Рис. 7. Коаксіальний плазмовий хвилевод.

Таблиця 2

Представлення параметрів моделі у розмірній (CGS) формі для плазмового хвилеводу

Величина	Представлення у розмірній (CGS) формі
Частота	$\Omega_{pe} / 2\pi\gamma_\Phi$

Таблиця 2 (продовження)

Величина	Представлення у розмірній (CGS) формі
Напруженість електричного поля	$A \cdot (\gamma_{\Phi}^2 \frac{W_E}{n_{pe} T_e}  _{t=0})^{-1/2}$
Час	$\tau \cdot (\gamma_{\Phi}^2 \frac{W_E}{n_{pe} T_e}  _{t=0})^{-1}$
Координата	$\xi \cdot \frac{c \gamma_{\Phi}}{\Omega_{pe}}$

де  $\Omega_{pe} = 5,64 \cdot 10^4 \cdot \sqrt{n_{pe}}$ ,  $n_{pe}$  – густина плазми,  $\gamma_{\Phi}^2 = (1 - v_{\Phi}^2 / c^2)^{-1}$ ,  $v_{\Phi}$  – фазова швидкість хвилі,  $W_E$  та  $n_{pe} T_e$  – густина енергії ВЧ поля та теплової енергії плазми,  $A, \tau, \xi$  – амплітуда хвилі, час та координата, що використовуються в моделі. Враховуючи те, що плазма низькотемпературна (у енергетичних одиницях  $T_e \geq 10 eV$ ), густина теплової енергії має порядок  $n_{pe} T_e \propto 1.6 \cdot 10^{-12} \text{ erg} / eV \cdot 10^{13} eV / \text{cm}^3 = 16 \text{ erg} / \text{cm}^3$ . Середнє значення потужності випромінювання з площини  $1 \text{ cm}^2$  визначається виходячи з умови  $W_E \cdot c \propto 0.1 \cdot n_{pe} T_e \cdot c / \gamma_{\Phi}^2 \approx 0.2 \text{ Mwatt} / \text{cm}^2$  у неперервному режимі генерації, якщо густина енергії поля не вище за 10% від величини  $n_{pe} T_e$ .

У режимі виникнення сплесків модуляції поля за умов триразового перевищення середнього рівня амплітуди, інтенсивність поля перевищує середню інтенсивність майже на порядок. Загальна тривалість сплеску модуляції поля сягає близько десятка довжин хвиль, або порядку  $(10^{-7} - 10^{-8})$  секунд.

У розділі виконано аналіз моделі, яка формується на основі рівнянь (6), (8): показано існування та єдиність розв'язку для системи рівнянь, що описує досліджуваний процес, виконана чисельна перевірка стійкості розрахункової схеми за початковими даними, оцінка похибки обчислення. Проведена верифікація розрахункового алгоритму, показана несуперечність моделі закону збереження енергії (див. рис. 8).

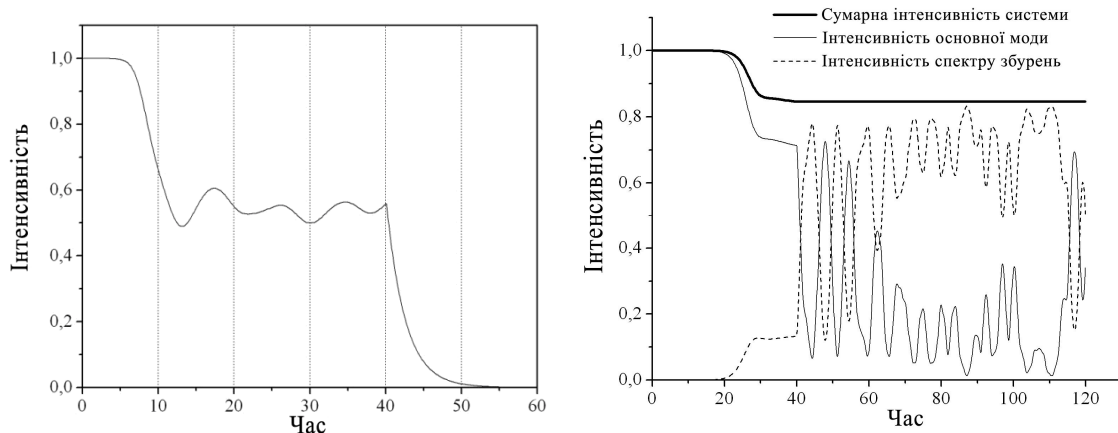


Рис. 8. Експоненційне згасання процесу у разі відключення джерела хвильової енергії (зліва), збереження повної енергії системи у разі переведення її у консервативний стан (справа).

Представлено результати чисельного моделювання процесу розвитку нестійкості, виявлено найбільш цікаві для технічного застосування режими і ефекти для одновимірного та двовимірного випадків. Зокрема, виявлено ефект раптового збільшення амплітуди хвильового поля внаслідок впливу модуляційної нестійкості. Під час моделювання зафіксовано сплеск амплітуди, який перевищує середній рівень у 2,7 разу (див.рис. 9), що може суттєво вплинути на технічну систему, в якій розповсюджується хвиля, наприклад, спричинити пробій у плазмовому хвилеводі.

Хвильове поле отримано шляхом обчислення виразу (12)

$$E(\xi, t) = \exp(-ik_0(\xi + 2k_0t) + i\varphi_0(t)) \cdot \left( u_0 + \sum_{m \neq 0} u_m \exp(-iK_m\xi + i(\varphi_m - \varphi_0 - 2K_m \cdot k_0t)) \right) \quad (12)$$

де  $K_n = k_n - k_0$ . Вираз (12) дозволяє візуалізувати вплив спектру нестійкості на основну моду. У формулі зроблено перехід до лабораторної системи координат, яка рухається зі швидкістю хвилі у напрямку її розповсюдження.

У третьому розділі також представлені методи оптимізації та прискорення аналізу, розроблені та застосовані спеціально для моделей, що вивчаються у дисертації. Зокрема, застосовано шаблонний метод побудови програмного забезпечення, який дозволяє швидко розробляти та підключати до розрахункового алгоритму модулі аналізу та спеціальної обробки даних. Головний модуль реалізує програмний інтерфейс керування процесом моделювання, що дозволяє автоматизувати отримання статистичних даних, які пов'язані з багаторазовими повтореннями чисельних експериментів.

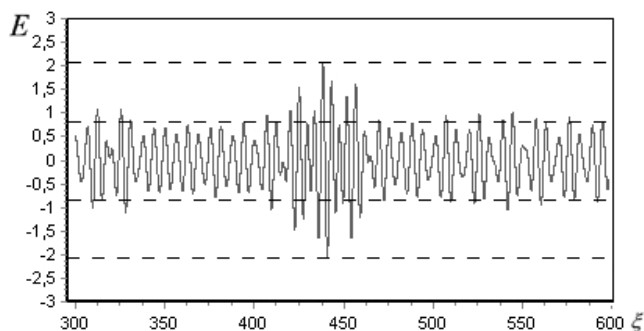


Рис. 9. Раптовий сплеск амплітуди, що перевищує середній рівень у 2.7 разу або у 7.3 разу у енергетичних одиницях.

У розділі також наводиться опис розробленої методики швидкісного аналізу поля коливань. Суть методики полягає в заміні поточного аналізу поля на двоетапний. На першому етапі визначаються області можливих сплесків шляхом аналізу амплітуд і фаз мод спектру та вираховування просторової точки синфазності для пар значущих мод.

$$\xi_{1,2} = \frac{(\varphi_2 - \varphi_1) + 2k_0t(K_1 - K_2)}{K_2 - K_1}$$

На другому етапі проводиться поточне дослідження отриманих областей  $[\xi_{m,n} - \frac{2\pi}{k_0}; \xi_{m,n} + \frac{2\pi}{k_0}]$  з малим кроком. Таким чином суттєво зменшується кількість необхідних розрахунків виразу (12) і час, необхідний для аналізу. У порівнянні з повним поточним аналізом поля виграш у часі сягає 40 разів. Застосування зазначеної методики дозволило аналізувати поле

коливань на кожному кроці моделювання та зафіксувати сплеск, що був представлений на рис. 9.

Застосування вищезазначених методів дозволяє істотно скоротити час на проведення багатокритеріального аналізу моделі, що вивчається.

У **четвертому розділі** наведені результати чисельного аналізу математичної моделі модуляційної нестійкості хвилі великої амплітуди, яка поширюється в нелінійному *середовищі із сильною дисперсією*. Зокрема, розглянуто одновимірну та двовимірну модель нестійкості гравітаційних хвиль на глибокій воді; виявлені режими розвитку нестійкості та ефекти, що мають значний практичний інтерес для технічних систем моніторингу океанського хвилювання; приведені технічні рекомендації, які можуть бути використані при розробці нових зразків систем своєчасного виявлення небезпечних для судноплавства зон Світового океану.

Для моделей було проведено аналіз, подібний до аналізу, що виконувався у третьому розділі: показано існування та єдиність рішення для системи рівнянь, виконана чисельна перевірка стійкості розрахункової схеми за початковими даними, оцінка похибки обчислення. Аналогічно проведена верифікація розрахункового алгоритму та показана несуперечність моделі закону збереження енергії. Чисельний експеримент показав розвиток несиметричного спектру збурень, що збігається з теоретичними очікуваннями для середовища з сильною дисперсією (див. рис. 10). У результаті аналізу хвильового поля були виявлені сплески аномальної амплітуди, які приведені на рис. 11.

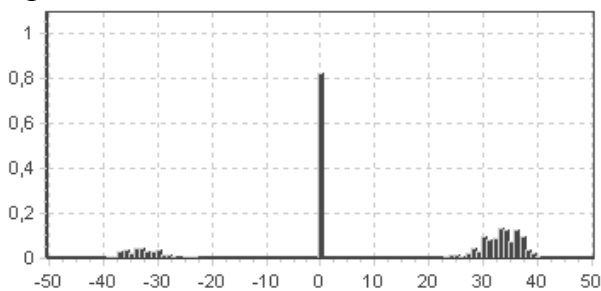


Рис. 10. Розвиток несиметричного спектру модуляційної нестійкості хвилі, що розповсюджується у середовищі з сильною дисперсією

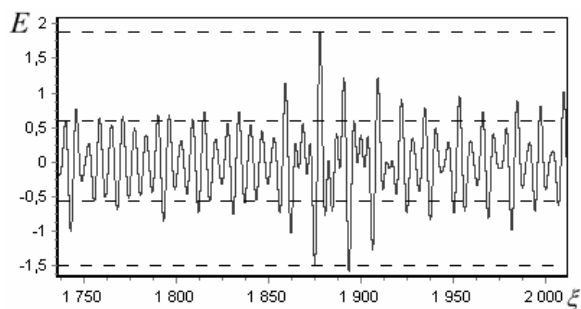


Рис. 11. Зафіксований сплеск аномальної амплітуди та область хвильового поля поблизу сплеску

Проведено аналіз впливу спектра нестійкості на основну хвилю. Для цього було розроблено та підключено до розрахункового алгоритму модуль спеціальної обробки даних, який реалізує пошук та обчислення максимального розмаху сплеску, а також значущу<sup>1</sup> та середню висоту хвилі в околі максимального сплеску. За результатами аналізу було побудовано залежність вищезазначених показників від часу (див. рис. 12), яка дозволяє визначити просторово-часові області з максимальним ризиком виникнення

<sup>1</sup> Значуща амплітуда хвилі (англ.: significant wave height (SWH)) обчислюється як середнє значення амплітуди однієї третини найбільших хвиль у області.



хвилі аномальної амплітуди<sup>1</sup>. У разі перерахунку умовних одиниць часу, що використовуються у моделі, в систему СІ, отримуємо характерний час розвитку модуляційної нестійкості – 80-120 хвилин. Отже, для швидкості хвилі 10-15 м/с маємо зону ризику 50-100 кілометрів від зони перевищення хвилею порогу нестійкості.

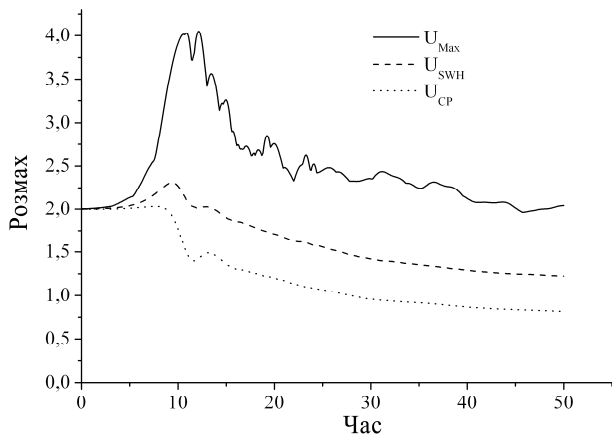


Рис. 12. Залежність, що характеризує еволюцію хвильового поля у часі:  $U_{Max}$  – максимальна висота хвилі,  $U_{SWH}$  – значуща висота хвилі,  $U_{CP}$  – середня висота хвилі по хвильовому полю

витрачається на проведення чисельного експерименту, порівняно з однопотоковими розрахункам. Повний цикл розрахунків розділяється на певну кількість незалежних циклів згідно кількості бажаних потоків обчислень, після чого обчислення диференціалів у кожному циклі йде паралельно з іншими циклами, що дозволяє значно ефективніше використовувати сучасні багатоядерні апаратні платформи.

## ВИСНОВКИ

1. Створено математичні моделі процесів розповсюдження хвиль великої амплітуди, які враховують явища самомодуляції у нелінійних середовищах: антиферомагнетиках, плазмі та на поверхні океану. Знайдено умови і визначено параметри середовища і хвилі кінцевої амплітуди для реалізації режимів з появою аномальних сплесків її обвідної. Визначено параметри таких сплесків, частоту їхньої появи на різних етапах розвитку процесу. Моделі застосовуються: у феритових обмежувачах потужності, де дозволяють визначити максимально можливі рівні потужності, що пропускається; в плазмових хвилеводах, де пояснюють ефект раптового збільшення інтенсивності і характерні розміри локалізації імпульсів модуляції ВЧ-поля; в системах моніторингу океанського хвилювання, де дозволяють оцінювати області виникнення аномально великих хвиль. Наведено умови відповідності між реальними параметрами технічних систем і параметрами

<sup>1</sup> Аномальною вважається хвиля, амплітуда якої перевищує значущу амплітуду хвилі по області більш ніж удвічі

Згідно з фізичними міркуваннями, для наближення моделі до реального фізичного процесу слід проводити моделювання з великою кількістю дозволених мод ( $N \approx 1000$ ). Враховуючи квадратичну залежність обчислювальної складності від числа мод, очевидно є необхідність оптимізації розрахункової схеми.

З метою прискорення процесу моделювання було розроблено та застосовано паралельну схему обчислень, яка при моделюванні на чотириядерній платформі дозволила майже у 4 рази скоротити час, який

відповідних математичних моделей, що дозволяє забезпечити адекватність опису реальних процесів.

2. Показано коректність моделей: доведено існування і єдиність розв'язку систем диференційних рівнянь, що складають основу моделей. Проведена перевірка стійкості скінченно-різницевої схем – показано, що система стійка відносно початкових даних. Проведено оцінку похибки при вирішенні системи чисельним методом Рунге-Кутта IV порядку точності. Виконано верифікацію моделей: проаналізовано граничні випадки й виконано успішну перевірку на несуперечність моделей закону збереження енергії. Проведено аналіз моделей в різних режимах функціонування. У результаті дослідження інтегральних характеристик процесу було отримано підтвердження коректності моделей, а також знайдені межі їх застосування.

3. Розроблено ПЗ для моделювання процесів, що описуються запропонованими моделями, яке включає в себе інструменти візуалізації, статистичної обробки, автоматизованого аналізу одержуваних даних і дозволяє проводити дослідження моделей у різних режимах функціонування. Ефективно застосовано метод шаблонного програмування, за допомогою якого був розроблений інтерфейс взаємодії з розрахунковим алгоритмом, що, у свою чергу, дозволило автоматизувати проведення серій експериментів для набору та обробки великого обсягу статистичних даних, а також легко розробляти і впроваджувати в програмне забезпечення спеціальні алгоритми обробки даних. Розроблено та застосовано у програмному забезпеченні алгоритм експрес-аналізу хвильового поля для отримання статистичних даних про розподіл хвильової енергії і виявлення аномальних сплесків модуляції поля безпосередньо під час моделювання.

4. Реалізовано оптимізацію моделі шляхом організації паралельних обчислень. Показано, що процес вирішення розглянутої задачі може бути ефективно розділений на декілька непересічних потоків обчислень, які виконуються паралельно, що дає вигреш у швидкості моделювання на багатозадачних системах, що працюють на багатопроцесорних (багатоядерних) апаратних платформах. Розроблено і застосовано методику оптимізації процесу моделювання, засновану на виключенні з розрахункової схеми в процесі моделювання таких рівнянь, яким відповідають збурення малої амплітуди. Показано, що помилки, які вносяться в результаті оптимізації, виявляються настільки малими, що ними можна знехтувати.

5. Показано, що розроблені математичні моделі, які описують процеси розповсюдження хвиль великої амплітуди в антиферромагнітному фільтрі та плазмових хвилеводах, дозволяють знайти та оптимізувати управляючі параметри, а також дають змогу вибрати робочі умови функціонування цих технічних приладів. На основі аналізу динаміки процесів нестійкості можна оцінити обмеження на потужність НВЧ випромінювання, що поширюються в плазмовому хвилеводі. Також вироблено рекомендації, які можуть бути корисними при розробці програмного забезпечення для систем космічного моніторингу океанського хвилювання та завчасного попередження про зони підвищеної небезпеки для судноплавства.

Результати досліджень доповідалися на ряді конференцій, де були представлені рекомендації щодо використання математичних моделей для

практичної реалізації, зокрема на X міжнародному семінарі «Плазмова електроніка та нові методи прискорення» у м. Харків (організаційний комітет: НАН України, РАН, ННЦ ХФТІ, ХНУ імені В.Н. Каразіна), що проходила 25-29 серпня 2008 р., та на представницької міжнародної конференції «Трансформация волн, когерентные структуры и турбулентность» в Інституті космічних досліджень у м. Москва, що проходила 23-25 листопада 2009 р. Результати дослідження та рекомендації щодо практичного застосування моделей викликали зацікавленість у спеціалістів з плазмової електроніки та розробників програмного забезпечення для систем моніторингу океанського хвилювання.

## ПУБЛІКАЦІЇ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Белкин Е. В. Моделирование развития модуляционной неустойчивости волны конечной амплитуды в нелинейной среде./ Белкин Е.В., Куклин В.М.// Вісник ХНУ ім. В.Н.Каразіна.. – Сер. Ядра, частинки, поля. – № 794, випуск 1 (37), 2008 – С. 51-56.

2. Белкин Е. В. Анализ численной модели модуляционной неустойчивости волны конечной амплитуды в нелинейной среде/ Белкин Е.В., Гуцин И.В.// Вісник ХНУ ім. В.Н.Каразіна.– Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – № 809 (9), 2008 – С. 20-31.

3. Белкин Е. В. Об интерференции в многомодовых режимах модуляционных неустойчивостей / Белкин Е.В., Киричок А.В., Куклин В.М. // Вопросы атомной науки и техники (ВАНТ) Сер. «Плазменная электроника и новые методы ускорения» – № 4 (6), 2008. – С. 222-227.

4. Белкин Е. В. Построение и анализ усложненной модели неустойчивости волны конечной амплитуды с использованием модели волновых возмущений Лайтхилла / Белкин Е.В. // Вісник Харківського національного університету. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління» – № 847(10), 2009. – С. 3-15.

5. Белкин Е.В. Применение математических моделей процессов развития модуляционной неустойчивости волн большой амплитуды в технических системах / Белкин Е.В. // Х.: Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Вип. 1(23), 2010. – С. 47-51

6. Белкин Е.В. Математическая модель процесса самомодуляции интенсивных гравитационных волн на глубокой воде. / Е. В. Белкин, А. В. Киричок, В. М. Куклин // Вісник Харківського національного університету. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління» – Вип. №890(13), 2010. – С. 12-17.

7. Белкин Е.В. Численный анализ модуляционной неустойчивости волны конечной амплитуды в модели Лайтхилла / Белкин Е.В., Куклин В.М. // XII международная научная конференция имени академика М. Кравчука 15-17 мая 2008 г., Киев, Украина. Материалы конференции – Киев, 2008. – с. 499

8. Белкин Е.В. Построение и анализ математической модели неустойчивости монохроматической волны в среде с кубической нелинейностью на основе уравнения Лайтхилла / Белкин Е.В. //

Международная научная конференция «Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта» 18-22 мая 2009 г. Евпатория, Украина. Материалы конференции – Евпатория, 2009 – с. 22-26

9. Belkin E.V. Analysis of the modulation instability model / Belkin E.V., Kuklin V.M. // Proc.of the IXth Int. Conf. “Modern Problems of Radio Engeneering, Telecommunications and Computer Science” Febr. 19-23, 2008, Slavsko, Ukraine, Proceedings. – Lviv, 2008. – p. 284-285.

### АНОТАЦІЯ

Белкін Є.В. Математичні моделі процесів модуляційної нестійкості хвиль в середовищах з кубічною нелінійністю. – Рукопис. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна, Харків, 2010.

Дисертація присвячена побудові математичних моделей процесів розвитку модуляційної нестійкості інтенсивних квазімонохроматичних хвиль у нелінійних середовищах, які реалізуються при розповсюдженні магнітних хвиль у антиферомагнетиках, електромагнітних хвиль у плазмових хвилеводах та гравітаційних хвиль на глибокій воді.

У ході дослідження вперше розроблена математична модель розвитку модуляційної нестійкості монохроматичної хвилі, що розповсюджується у сильно нелінійній системі, у багатомодовому вигляді. Розроблена та досліджена математична модель розповсюдження інтенсивних хвиль у середовищі з сильною дисперсією у відкритих системах у багатомодовому представленні, яка здатна описати виникнення аномально великих хвиль на поверхні океану та може бути використана у складі програмного забезпечення систем супутникового моніторингу. Отримала подальший розвиток теорія модуляційної нестійкості хвиль намагніченості у антиферомагнетиках.

Розроблені методики оптимізації та прискорення процесу моделювання, алгоритми автоматизованого аналізу даних та інтерпретації отриманих результатів. Вироблено практичні рекомендації щодо використання запропонованого математичного опису при дослідженні існуючих чи створенні нових об'єктів техніки.

**Ключові слова:** модуляційна нестійкість хвиль, нелінійні середовища, відкриті системи.

### АННОТАЦИЯ

Белкин Е.В. Математические модели процессов модуляционной неустойчивости волн в средах с кубической нелинейностью. – Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина., Харьков, 2010 г.

Диссертация посвящена проблеме исследования нелинейных явлений самомодуляции интенсивных волн в плазменных волноводах,

антиферромагнетиках и на глубокой воде. Исследование направлено на объяснение и предсказание формирования аномальных всплесков амплитуды электромагнитной волны при ее транспортировке в плазменных волноводах, способных вызвать их пробой, а также на объяснение механизмов появления волн аномальной амплитуды в мировом океане, которые могут нанести серьезный урон морской технике.

Результаты исследования могут быть использованы для уточнения рабочей точки приборов, а также могут быть полезны при изготовлении образцов новой техники, которые будут учитывать нелинейные эффекты модуляционной неустойчивости (например, генераторы интенсивных СВЧ-импульсов). Математические модели, разработанные в ходе исследования, позволяют провести всесторонний анализ процессов в различных режимах его протекания, уточнить рабочие точки приборов, в которых происходят эти процессы, а также усовершенствовать работу существующих систем спутникового мониторинга океанской поверхности с целью заблаговременного выявления опасных для судоходства областей. Комплексное решение указанной научно-прикладной задачи является актуальным и важным направлением в современной науке

В ходе исследования получила дальнейшее развитие теория модуляционной неустойчивости волн намагниченности в антиферромагнетиках. Впервые разработана и исследована математическая модель развития модуляционной неустойчивости монохроматической волны в сильно нелинейной системе, которой является плазменный волновод, *в многомодовом представлении*; показано, что нелинейные эффекты неустойчивости приводят к самомодуляции волнового поля, и могут вызвать появление непредвиденных всплесков интенсивности; найдены условия формирования аномальных всплесков огибающей волнового поля. Впервые разработана и исследована математическая модель распространения интенсивных волн, учитывающая развитие модуляционной неустойчивости в среде с сильной дисперсией в открытых системах *в многомодовом представлении* и способная описать возникновение аномально больших волн на поверхности океана.

Показана возможность применения предложенного математического описания для моделирования процессов развития неустойчивости в антиферромагнитных ограничителях мощности. Приведены соотношения между значениями амплитуд и уровней мощности технических систем и параметрами модели, позволяющие корректно и адекватно описывать реальные процессы. Определены параметры всплесков интенсивности на различных этапах развития процесса неустойчивости волны. Указаны условия формирования квазиустойчивых физических состояний. Выработаны рекомендации по выделению областей и временных интервалов наиболее вероятного появления аномальных волн в мировом океане; показана возможность применения в системах космического мониторинга как самой математической модели океанского волнения, так и результатов численных экспериментов, проведенных на ее основе. Разработано программное обеспечение для моделирования процессов, описываемых предложенными моделями, в состав которого входит инструментарий визуализации,

статистической обработки, автоматизированного анализа полученных данных. Разработанное ПО позволяет проводить исследования моделей в различных режимах функционирования в большом диапазоне параметров. Применен метод шаблонного программирования, с помощью которого был разработан интерфейс взаимодействия с расчетным алгоритмом. Разработаны методики и алгоритмы оптимизации модели и снижения ресурсоемкости моделирования.

**Ключевые слова:** модуляционная неустойчивость волн, нелинейные среды, открытые системы.

## ABSTRACT

Belkin E.V. The mathematical models of the modulation instability processes of waves in media with cubic nonlinearity. – Manuscript. Candidate's thesis by speciality 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods, V.N.Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, 2010.

Dissertation is devoted to the building of new mathematical models of the modulation instability of the intense quasimonochromatic waves in nonlinear media. Such processes occur during the propagation of magnetization waves in antiferromagnetics, of electromagnetic waves in plasma waveguides, of gravity waves on deep water.

During the research the multi-mode mathematical model of the monochromatic wave, which propagates in medium with strong nonlinearity, is built. The multi-mode mathematical model of the propagation of the intense waves in media with strong disperse is built and researched. This model is able to describe the appearance of the anomalous wave on the ocean surface and can be used in satellite monitoring system's software. The theory of the magnetization waves' modulation instability in antiferromagnetics is evolved.

The methods of model's optimization and computation speedup are suggested. The algorithms of the automatic data processing and results interpretation are designed. The recommendations for practical usage of built models and obtained results in researching or developing of technical objects are proposed.

**Keywords:** modulation instability of waves, nonlinear media, open systems.