НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ ІМ. А.М. ПІДГОРНОГО

ГАХОВ Андрій Володимирович

УДК 519.6

МЕТОД ДИСКРЕТНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ ТА КОМП'ЮТЕРНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИФРАКЦІЇ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ НА ТРИВИМІРНИХ ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНИХ СТРУКТУРАХ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2008

Дисертацією є рукопис.
Робота виконана в Харківському національному університеті імені В.Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук, доцент
МІЩЕНКО Віктор Олегович
Харківський національний університет
імені В.Н. Каразіна, доцент кафедри
моделювання систем та технологій

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, с. н. с.
КОВАЛЬЧИК Юрій Іванович
Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка
Національної академії наук України,
старший науковий співробітник відділу №19;

кандидат фізико-математичних наук, доцент
ДУШКІН Володимир Давидович
Академія внутрішніх військ МВС України,
професор кафедри фундаментальних дисциплін

Захист відбудеться «14» травня 2009 р. о 14^{00} на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.180.01 в Інституті проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України за адресою: 61046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України за адресою: 61046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

Автореферат розісланий « 4 » квітня 2009 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради
доктор технічних наук О.О. Стрельнікова

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. При вирішенні таких технічних завдань як зондування з метою виявлення окремих неоднорідних включень в щільному середовищі важливу роль відіграє вивчення взаємодії плоских монохроматичних хвиль з твердими структурами. При цьому поряд з експериментами широко застосовується комп'ютерне моделювання таких процесів. Проте до останнього часу ставлення відповідних математичних задач у тривимірному просторі передбачало лише наближення короткохвильового діапазону або інші спрощуючі припущення. За останні двадцять років, багато в чому завдяки методам дискретних особливостей (МДО), до розв'язаних задач математичної теорії дифракції додались такі, в яких врахована істотно тривимірна картина процесу для діапазонів довжин хвиль, сумірних з характерними розмірами структур розсіяння.

Проте, застосування цих методів потребує розвитку в напрямі зближення постановок задач з дійсними умовами протікання відповідних фізичних процесів. Особливо важливим є врахування неоднорідності простору розповсюдження хвиль, наприклад, якщо тонкий розсіювач (який моделюється як плоский екран) знаходиться в площині розділу середовищ (зокрема, перебуває на дні або плаває на поверхні рідини). Більш складні дифракційні явища призводять до ускладнення побудови математичних моделей (навіть моделей МДО) і підвищення обчислювальної ресурсоємності комп'ютерного моделювання. Це можна частково компенсувати такими припущеннями, як кускова сталість фізичних параметрів неоднорідного середовища, плоский характер шарів неоднорідності тощо.

Отже, для фундаментальних досліджень актуальним є математичне і комп'ютерне моделювання на основі МДО процесу дифракції акустичних хвиль на плоскопаралельних структурах, які складаються з плоских жорстких екранів, розміщених на границях шарів зі сталими фізичними властивостями.

Математичні моделі та обчислювальні методи, побудовані в дисертації, безпосередньо ґрунтуються на результатах, що їх отримали особисто та у співробітництві зі своїми учнями відомі вчені в галузі математичного моделювання дифракційних явищ на основі МДО - Ю.В. Гандель, Є.В. Захаров, І.К. Ліфанов.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана в рамках індивідуального плану підготовки аспіранта та є частиною наукової роботи, що ведеться за темою «Математичне моделювання фізичних процесів і обчислювальний експеримент» (ДР №0104U0002366) кафедри математичної фізики і обчислювальної математики механіко-математичного факультету Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.

Мета й задачі досліджень. Мета дослідження – побудова математичних моделей і обчислювальних методів на основі методів дискретних особливостей та створення комп'ютерного інструментарію для проведення

обчислювальних експериментів щодо дослідження дифракції акустичних хвиль у просторі на плоскопаралельних структурах.

Відповідно до цього маємо такі *основні задачі дисертаційної роботи*:

— побудувати математичну модель на основі гіперсингулярного інтегрального рівняння першого роду виходячи з постановки задачі математичної теорії дифракції у формі крайової задачі;

— дослідити властивості ядра граничного гіперсингулярного інтегрального (псевдодиференційного) рівняння, істотні для комп'ютерної реалізації його обчислень;

— побудувати за схемою методів дискретних особливостей дискретну модель на основі дискретизації гіперсингулярного інтегрального рівняння;

— створити комп'ютерний інструментарій моделювання дифракції акустичних хвиль у тривимірному просторі на плоскопаралельних структурах, що складені з жорстких екранів та шарів зі сталими фізичними властивостями;

— розробити методи аналізу результатів обчислювальних експериментів для обґрунтування висновків щодо стійкості та збіжності розв'язків дискретної моделі за критеріями, що мають фізичний зміст, а також щодо прийомів зниження розмірності дискретної моделі.

Об'єкт дослідження – процес дифракції акустичних хвиль у тривимірному просторі на плоскопаралельних структурах.

Предмет дослідження – математичні моделі дифракції акустичних хвиль у тривимірному просторі на плоскопаралельних структурах, побудованих з жорстких екранів і шарів зі сталими фізичними властивостями, та інструментарій комп'ютерного моделювання на базі методів дискретних особливостей.

Методи дослідження. В дисертаційній роботі метод параметричних представлень інтегральних та псевдодиференційних операторів використовується як основний метод побудови моделей; метод теорії потенціалу – як альтернативний метод побудови моделей; метод дискретних замкнутих вихрових рамок – при побудові дискретної моделі; методи лінійної алгебри – для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь; метод найменших квадратів – для мінімізації функціоналів; для обчислень ядер інтегральних рівнянь застосовуються чисельні методи, що реалізовані у бібліотеках «БЧА НИВЦ МГУ» та IMSL; при побудові комп'ютерного інструментарію використовуються методи структурного та об'єктно-орієнтованого програмування, методи стандартів якості ISO, IEEE.

Наукова новизна одержаних результатів:

1. Вперше побудовані математичні моделі на основі псевдодиференційного (гіперсингулярного) рівняння процесу дифракції акустичних хвиль у тривимірному просторі на таких плоскопаралельних структурах:

- плоскому жорсткому обмеженому екрані, розташованому в площині розмежування двох середовищ;

- плоскому жорсткому обмеженому екрані, розташованому над жорсткою

стінкою в однорідному просторі;

- плоскому жорсткому обмеженому екрані, розташованому на поверхні шару над жорсткою стінкою (узагальнення попереднього випадку).

2. За методом параметричних представлень псевдодиференційних і гіперсингулярних інтегральних операторів введено нові псевдодиференційні оператори, що визначають побудовані моделі, та досліджено їх ядра.

3. Вперше на основі відомої схеми методів дискретних особливостей побудовано дискретну модель для наближеного опису розглянутих процесів дифракції.

4. Вдосконалено метод комп'ютерної перевірки практичної збіжності розв'язків дискретної моделі доданням критеріїв, що мають фізичний зміст.

5. Вперше створено метод комп'ютерної перевірки адекватності підходу до зниження розмірності СЛАР дискретної моделі за рахунок наближеного подання розв'язку добутком двох функцій різних аргументів.

Практичне значення одержаних результатів. Вперше створено комп'ютерний інструментарій для моделювання дифракції акустичних хвиль у тривимірному просторі на плоскопаралельних структурах, побудованих з жорстких екранів та шарів зі сталими фізичними властивостями. Цей інструментарій придатний для застосування фахівцями з акустики та методів неруйнівного контролю при проведенні ними власних досліджень, а також як матеріал для подальшого розвитку комп'ютерного моделювання фахівцями з математичного моделювання методами дискретних особливостей. Розроблені засоби моделювання впроваджені у навчальний процес на факультеті комп'ютерних наук та механіко-математичному факультеті Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Акт про використання результатів досліджень роботи міститься у Додатку А.

Особистий внесок здобувача. Результати, що викладені в дисертаційній роботі, отримані автором самостійно та опубліковані в роботах [1-15]. У роботі [1] здобувачем розроблені комп'ютерна система моделювання та метод проведення обчислювального експерименту. В [6] здобувачем побудовані нова математична модель на базі гіперсингулярного інтегрального рівняння, а також модифікація обчислювального методу. В [7] здобувачем випробовувана модель якості на прикладах та доопрацьовано алгоритми обчислення метрик зовнішньої якості. В [8] здобувач здійснив альтернативну експертизу при розробці методу верифікації метрик та показників якості. В роботі [13] здобувачем побудована комп'ютерна реалізація для задачі дифракції акустичних хвиль на основі підходу методу параметричних представлень інтегральних та псевдодиференційних операторів. В [15] здобувачеві належать результати щодо дослідження скалярної задачі дифракції та перевірки достовірності програмного забезпечення за каскадною схемою тестування.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертації доповідались на міжнародному семінарі «Математичне моделювання в математичній фізиці методами дискретних особливостей» (кер. – проф. Ю.В. Гандель),

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, м. Харків, 2002-2008 рр.; засіданні об'єднаних наукових семінарів «Фізичні поля для неоднорідних середовищ та неруйнівний контроль матеріалів» та «Теоретичні та прикладні проблеми трибології», (кер. - акад. НАН України З.Т. Назарчук), Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, м. Львів, 2008р.

Результати досліджень апробовані на таких міжнародних конференціях та симпозіумах: XI, XII, XIII міжнародних симпозіумах «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики - МДОЗМФ», м. Херсон (2003, 2005, 2007 рр.); X, XII Міжнародних конференціях ім. академіка М. Кравчука, м. Київ (2004, 2008 рр.); Конференції «Каразінські читання», м. Харків (2004 р.); міжнародній конференції «SCALNET'04», м. Кременчук (2004 р.); міжнародних школах-семінарах молодих вчених України та Росії «МДОЗМФ», м. Орел, РФ (2005, 2006, 2008 рр.); конференції «Математика и ее приложения», м. Харків (2005 р.); міжнародній конференції «Mathematical Methods in Electromagnetic Theory – MMET'06», м. Харків (2006 р.); міжнародній конференції з математичного моделювання «МКММ-2006», м. Херсон (2006 р.); міжнародних науково-технічних конференціях «DESSERT», м. Кіровоград (2007, 2008 рр.).

Публікації. За результатами досліджень було опубліковано 15 наукових праць, з них 8 статей у наукових журналах та збірках наукових праць, а також 7 - у матеріалах та тезах наукових конференцій та симпозіумів.

Структура та обсяг дисертаційної роботи. Дисертація складається зі вступу, шести розділів, висновків, двох додатків та списку використаних джерел. Загальний обсяг роботи складає 185 сторінок тексту, містить 25 рисунків, 5 таблиць, список використаних джерел складається зі 107 найменувань на 16 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, зазначено її зв'язок з науковими темами Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, де виконувалась робота. Сформульовано мету та задачі дослідження. Вказуються об'єкт, предмет та методи дослідження, розкривається наукова новизна та практичне значення отриманих результатів. Наведені дані про публікації та апробацію викладеного в роботі матеріалу, а також відзначено особистий внесок здобувача.

У **першому розділі** проведено огляд літератури та аналіз стану проблеми наукових досліджень за темою дисертаційної роботи. Розглянуто фізичні аспекти задачі та існуючі математичні моделі. Зазначено коло задач, що розглядаються у дисертації, та їх зв'язок з існуючими дослідженнями. Проаналізовано, що значний внесок у розробку методів математичного моделювання дифракції у просторі, в тому числі у неоднорідних середовищах, внесли Л.М. Бреховських, К. Вестпфаль, Є.В. Захаров,

Д. Колтон, Р. Кресс, А. Мауе, З.Т. Назарчук, Ю.В. Піменов, Л.М. Полтавський, С.Л. Просвірнін, С.І. Смагін, О.І. Сухаревський, Х. Хьонл та ін. З використанням методів дискретних особливостей задачі тривимірної дифракції розглядали Ю.В. Гандель, Є.В. Захаров, І.К. Ліфанов, В.О. Міщенко, Ю.В. Піменов, В.О. Щербина та ін. За здійсненим аналізом відзначено обмежену кількість робіт із розв'язку задач дифракції акустичних хвиль на плоскопаралельних структурах, що складені з жорстких екранів і шарів зі сталими фізичними властивостями. Обґрунтовано переваги математичних моделей на основі граничних гіперсингулярних інтегральних рівнянь першого роду.

У **другому розділі** сформульовано крайові задачі та побудовано нові математичні моделі на основі граничних псевдодиференційних рівнянь задач дифракції акустичних хвиль на плоскопаралельних структурах (екрані або системі екранів в однорідному середовищі та екрані у неоднорідному середовищі). Для обґрунтування коректності доводиться єдиність розв'язків.

Спершу розглядається задача дифракції акустичних хвиль в просторі $\Re^3$ на абсолютно жорсткому тонкому обмеженому плоскому екрані Σ (Рис. 1), що знаходиться на межі двох напівпросторів (далі – *основна задача*). У верхньому напівпросторі $D_+ = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \Re^3 \mid x_3 > 0\}$ густина $\rho_+ > 0$ та у нижньому напівпросторі $D_- = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \Re^3 \mid x_3 < 0\}$ густина $\rho_- > 0$ приймаються сталими величинами. Вважаємо, що підмножина Σ площини $\{x = (x_1, x_2, x_3) \in \Re^3 \mid x_3 = 0\}$ обмежена на цій площині контуром, який утворено скінченною кількістю кривих класу C^2.

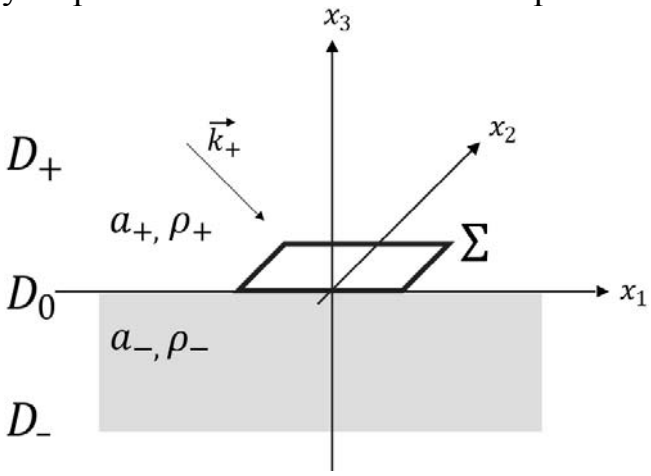

Рис. 1. *Основна задача* - абсолютно жорсткий тонкий обмежений плоский екран довільної форми, що знаходиться на межі двох середовищ.

Надалі вважатимемо, що падаюча хвиля та відповідно розсіяне поле мають сталу частоту $\omega > 0$. Хвильові числа у верхньому та нижньому напівпросторах є k_+ та k_-, де $k_\pm = \dfrac{\omega}{a_\pm} > 0, \quad x \in D_\pm$, a_+ та a_- - сталі швидкості розповсюдження хвилі у відповідних напівпросторах.

Падаюча плоска акустична хвиля, що в моделі задається амплітудою $p(x)$, $(x \in \Re^3)$, розглядається з урахуванням неоднорідності середовища та має вигляд:

$$p = \begin{cases} \left(e^{-ik_+ x_3 \cdot \cos\varphi} + V \cdot e^{ik_+ x_3 \cdot \cos\varphi}\right) \cdot e^{ik_+ x_1 \cdot \sin\varphi}, & x \in D_+ \\ W \cdot e^{ik_-(x_1 \cdot \sin\varphi_0 - x_3 \cos\varphi_0)}, & x \in D_- \end{cases},$$

де W та V - відомі коефіцієнти прозорості та відбиття на межі розділу

середовищ, φ - кут падіння в площині X_1OX_3 (без обмеження загальності вважаємо, що хвиля падає у площині X_1OX_3), φ_0 - кут заломлення.

Поле тисків, що відображають процес розповсюдження хвиль, розглядається у вигляді $\pi(x,t)=v(x)\cdot e^{-i\omega t}$, де t - змінна часу.

Повне поле шукаємо у вигляді $v(x)=p(x)+w(x)$, $\left(x\in\Re^3\right)$, де $w(x)$ - розсіяне екраном поле. Сформулюємо основну задачу у вигляді крайової задачі для невідомої функції звукового тиску $w(x)$:

$$\Delta w+k_+^2 w=0\ \left(x\in D_+\right),\ \Delta w+k_-^2 w=0\ \left(x\in D_-\right), \tag{1}$$

$$\frac{1}{\rho_-}\frac{\partial w}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=-0}=\frac{1}{\rho_+}\frac{\partial w}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=+0}\ \left((x_1,x_2)\in\Re^2\right),$$

$$\frac{\partial w}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=+0}=-\frac{\partial p}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=+0},\quad \left((x_1,x_2)\in\Sigma\right), \tag{2}$$

$$w\big|_{x_3=-0}=w\big|_{x_3=+0},\quad \left((x_1,x_2)\in\Re^2\setminus\overline{\Sigma}\right), \tag{3}$$

$$\left(\frac{x}{|x|},\operatorname{grad} w(x)\right)-ik_\pm w(x)=o\left(\frac{1}{|x|}\right),\quad w(x)=O\left(\frac{1}{|x|}\right),\quad |x|\to\infty, \tag{4}$$

$$\int\limits_{U_{\partial\Sigma}(\varepsilon)}\left(|w|^2+|\nabla w|^2\right)dx<\infty, \tag{5}$$

де $U_{\partial\Sigma}(\varepsilon)$ - окіл краю екрана $\partial\Sigma$.

Позначимо через $H_1(\Omega)$, де Ω - область у $\Re^3$, клас функцій, що складається з інтегрованих з квадратом функцій, узагальнені перші похідні яких також інтегровані з квадратом функції.

Для основної задачі доведена така **теорема:** *Якщо функції* $w_1=w_1(x)$ *и* $w_2=w_2(x)$ *задовольняють умови (1)-(5) та належать класу* $H_1\left(\Re^3\setminus\overline{\Sigma}\right)$, *де* Σ *- екран у вищезазначеному розумінні, тоді* $w_1=w_2$.

Для побудови псевдодиференційного рівняння невідому функцію $w(x)$ шукаємо у такому вигляді:

$$w(x)=F^{-1}\left\{c_\pm\cdot e^{\mp x_3\cdot\gamma_\pm}\right\}(\tilde{x})\ \left(\tilde{x}=(x_1,x_2)\notin\Sigma,\ x_3\in\Re\right), \tag{6}$$

де $c_\pm(\lambda)$ - шукані функції, $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2)\in\Re^2$, $|\lambda|=\sqrt{\lambda_1^2+\lambda_2^2}$, $\gamma_\pm(\lambda)=\sqrt{|\lambda|^2-k_\pm^2}$, причому $\operatorname{Im}\gamma_\pm\le 0$ $\left(|\lambda|<k_\pm\right)$ та $\operatorname{Re}\gamma_\pm\ge 0$ $\left(|\lambda|\ge k_\pm\right)$.

Дію оберненого оператора Фур'є F^{-1} розглядаємо у просторі узагальнених функцій:

$$\left(F^{-1}\{g\}(\tilde{x}),\psi(\tilde{x})\right)=\left(g(\tilde{x}),\frac{1}{2\pi}\iint\limits_{\Re^2}\psi(\tilde{x})e^{i(\lambda,\tilde{x})}d\tilde{x}\right),\ \left(g(\lambda)\in\wp',\psi(\tilde{x})\in\wp\right),$$

де $\wp$ - клас основних функцій (швидко спадаючих), $\wp'$ - клас узагальнених функцій помірного росту.

Використовуючи умови (1)-(5) та (6), введемо нову шукану функцію:

$$u(\tilde{x}) \overset{\text{def}}{=} F^{-1}\left\{c_+(\lambda)\cdot\left(1+\frac{\rho_-}{\rho_+}\cdot\frac{\gamma_+}{\gamma_-}\right)\right\}, \qquad \left(\tilde{x}\in\Re^2\right),\ \operatorname{supp}(u)\subseteq\Sigma. \tag{7}$$

Відносно функції $u(\tilde{x})$ отримуємо граничне псевдодиференційне рівняння:

$$u * F^{-1}\left\{\frac{-\gamma_+}{\rho_+\cdot\left(1+\frac{\rho_-}{\rho_+}\cdot\frac{\gamma_+}{\gamma_-}\right)}\right\} = -\frac{1}{\rho_+}\frac{\partial p}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=+0}, \ \left(\tilde{x}\in\Re^2\right). \tag{8}$$

Наступним варіантом плоскопаралельної структури є варіант, коли в основній задачі напівпростори D_+, D_- мають однакові фізичні характеристики ($\rho_+ = \rho_- = \rho,\ k_+ = k_- = k$), а абсолютно жорсткий тонкий обмежений плоский екран Σ (Рис. 2) знаходиться у паралельній площині на відстані $d>0$ від абсолютно жорсткої стінки $D_* = \left\{x\in\Re^3 : x_3 = -d\right\}$.

Позначимо через D напівпростір $\left\{x\in\Re^3 : x_3 > -d\right\}$. Падаюче поле $p(x)$, $(x\in D)$ розглядаємо у вигляді плоскої акустичної хвилі, що йде з нескінченності. Повне поле шукаємо у вигляді $v(x) = p(x) + w(x)$, $(x\in D)$, де $w(x)$ - розсіяне екраном поле.

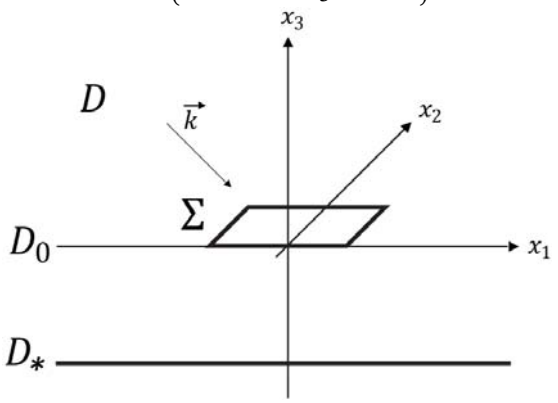

Рис. 2. Абсолютно жорсткий тонкий обмежений плоский екран довільної форми, що знаходиться над абсолютно жорсткою стінкою.

Сформулюємо крайову задачу для невідомої функції звукового тиску $w(x)$:

$$\Delta w + k^2 w = 0,\ \left(x\in D\setminus\overline{\Sigma}\right), \tag{9}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=0} = -\frac{\partial p}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=0}, \ \left((x_1,x_2)\in\Sigma\right), \tag{10}$$

$$w\big|_{x_3=-0} = w\big|_{x_3=+0}, \ \left((x_1,x_2)\in\Re^2\setminus\overline{\Sigma}\right), \tag{11}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=-d+0} = 0,\ \left((x_1,x_2)\in\Re^2\right), \tag{12}$$

$$\left(\frac{x}{|x|}, \operatorname{grad} w(x)\right) - ikw(x) = o\left(\frac{1}{|x|}\right), \quad w(x) = O\left(\frac{1}{|x|}\right), \quad |x|\to\infty, \tag{13}$$

$$\int\limits_{U_{\partial\Sigma}(\varepsilon)} \left(|w|^2 + |\nabla w|^2\right)dx < \infty, \tag{14}$$

де $U_{\partial\Sigma}(\varepsilon)$ - окіл краю екрана $\partial\Sigma$.

Для побудови граничного псевдодиференційного рівняння невідому функцію $w(x)$ будемо шукати у такому вигляді:

$$w(x)=\begin{cases} F^{-1}\left\{c_+(\lambda)e^{-x_3\gamma}\right\}(\tilde{x}),\ \tilde{x}=(x_1,x_2)\notin\Sigma,\ x_3>0, \\ F^{-1}\left\{c_-^1(\lambda)e^{-(x_3+d)\gamma}+c_-^2(\lambda)e^{(x_3+d)\gamma}\right\}(\tilde{x}),\ \tilde{x}=(x_1,x_2)\notin\Sigma,\ -d<x_3<0, \end{cases} \tag{15}$$

де $c_+(\lambda), c_-^1(\lambda), c_-^2(\lambda)\in\wp$ - шукані функції, $\gamma(\lambda)=\sqrt{|\lambda|^2-k^2}$, причому $\operatorname{Im}\gamma\ \le 0\ (|\lambda|<k)$ та $\operatorname{Re}\gamma\ge 0\ (|\lambda|\ge k)$.

Використовуючи умови (9)-(14) та (15), введемо нову шукану функцію:

$$u(\tilde{x})\overset{\text{def}}{=}F^{-1}\{c_+(\lambda)(1+\operatorname{cth}(d\gamma))\},\quad (\tilde{x}\in\Re^2),\ \operatorname{supp}(u)\subseteq\Sigma. \tag{16}$$

Відносно функції $u(\tilde{x})$ отримуємо граничне псевдодиференційне рівняння:

$$u*F^{-1}\left\{\frac{-\gamma}{\rho_+\cdot(1+\operatorname{cth}(d\gamma))}\right\}=-\frac{1}{\rho_+}\frac{\partial p}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=+0},\ (\tilde{x}\in\Re^2). \tag{17}$$

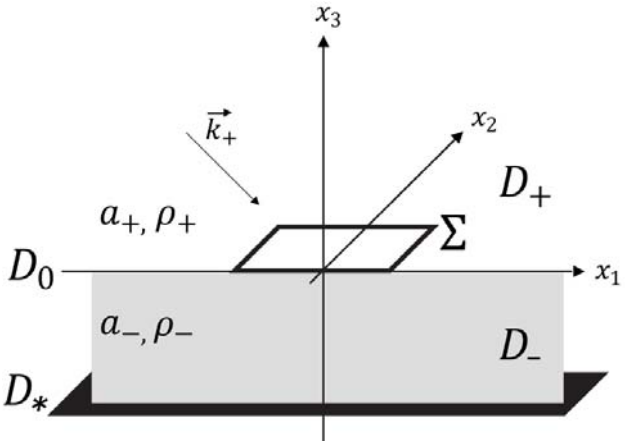

Рис. 3. *Модифікована задача* - абсолютно жорсткий тонкий обмежений плоский екран, що знаходиться на межі двох середовищ над абсолютно жорсткою стінкою.

Узагальненням попереднього варіанта є випадок (далі – *модифікована задача*), коли в основній задачі абсолютно жорсткий тонкий обмежений плоский екран Σ (Рис. 3) знаходиться на межі розділу середовищ на відстані $d>0$ від абсолютно жорсткої стінки $D_*=\{x\in\Re^3 : x_3=-d\}$. Падаюча плоска акустична хвиля, що в моделі задається амплітудою $p(x),\ (x\in D)$, розглядається з урахуванням неоднорідності середовища (наявність розділу та стінки) й має вигляд:

$$p=\begin{cases} \left(e^{-i\cdot k_+\cos\varphi\cdot x_3}+V\cdot e^{i\cdot k_+\cos\varphi\cdot x_3}\right)\cdot e^{i\cdot k_+\sin\varphi\cdot x_1},\quad (x\in D_+), \\ \dfrac{e^{-i\cdot k_+\cdot\cos\varphi\cdot d}+Ve^{i\cdot k_+\cdot\cos\varphi\cdot d}}{e^{-i\cdot k_-\cdot\cos\varphi_0\cdot d}+e^{i\cdot k_-\cdot\cos\varphi_0\cdot d}}\left(e^{-i\cdot k_-\cdot\cos\varphi_0\cdot x_3}+e^{i\cdot k_-\cdot\cos\varphi_0\cdot x_3}\right)\cdot e^{i\cdot k_-\cdot\sin\varphi_0\cdot x_1},\ (x\in D_-). \end{cases}$$

де V - відомий коефіцієнт відбиття для межі розділу середовищ, φ - кут падіння в площині X_1OX_3 (без обмеження загальності вважаємо, що хвиля падає у площині X_1OX_3), φ_0 - кут заломлення.

Повне поле шукаємо у вигляді $v(x)=p(x)+w(x),\ (x\in D)$, де $w(x)$ - розсіяне екраном поле, яке необхідно знайти. Сформулюємо модифіковану задачу як крайову задачу для невідомої функції звукового тиску $w(x)$:

$$\Delta w+k_+^2w=0\ \ (x\in D_+),\ \Delta w+k_-^2w=0\ \ (x\in D_-), \tag{18}$$

$$\frac{1}{\rho_-}\frac{\partial w}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=-0}=\frac{1}{\rho_+}\frac{\partial w}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=+0}\quad \big((x_1,x_2)\in\Re^2\big),$$

$$\frac{\partial w}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=+0}=-\frac{\partial p}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=+0},\qquad \big((x_1,x_2)\in\Sigma\big), \tag{19}$$

$$w\big|_{x_3=-0}=w\big|_{x_3=+0},\qquad \big((x_1,x_2)\in\Re^2\setminus\overline{\Sigma}\big), \tag{20}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=-d+0}=0,\ \big((x_1,x_2)\in\Re^2\big) \tag{21}$$

$$\left(\frac{x}{|x|},\operatorname{grad} w(x)\right)-ik_\pm w(x)=o\left(\frac{1}{|x|}\right),\quad w(x)=O\left(\frac{1}{|x|}\right),\quad |x|\to\infty, \tag{22}$$

$$\int\limits_{U_{\partial\Sigma}(\varepsilon)}\left(|w|^2+|\nabla w|^2\right)dx<\infty, \tag{23}$$

де $U_{\partial\Sigma}(\varepsilon)$ - окіл краю екрана $\partial\Sigma$.

Для модифікованої задачі доведена **теорема:** *Якщо функції* $w_1=w_1(x)$ *і* $w_2=w_2(x)$, *визначені у напівпросторі* $\Psi=\{x\in\Re^3\mid x_3>-d\}$, *задовольняють умови (18)-(23) та належать класу* $H_1(\Psi\setminus\overline{\Sigma})$, *де* Σ *- екран у вищезазначеному розумінні, тоді* $w_1=w_2$.

Зокрема, цією теоремою охоплюється варіант (9)-(14), який у роботі розглянуто окремо.

Для побудови псевдодиференційного рівняння невідому функцію $w(x)$ шукаємо у такому вигляді:

$$w(x)=\begin{cases}F^{-1}\left\{c_+(\lambda)e^{-x_3\gamma_+}\right\}(\tilde{x}),\ \tilde{x}=(x_1,x_2)\notin\Sigma,\ x_3>0,\\ F^{-1}\left\{c_-^1(\lambda)e^{-(x_3+d)\gamma_-}+c_-^2(\lambda)e^{(x_3+d)\gamma_-}\right\}(\tilde{x}),\ \tilde{x}=(x_1,x_2)\notin\Sigma,\ -d<x_3<0,\end{cases} \tag{24}$$

де $c_+(\lambda),c_-^1(\lambda),c_-^2(\lambda)\in\wp$ - шукані функції.

Використовуючи умови (18)-(23) та (24), вводимо нову невідому функцію:

$$u(\tilde{x})\overset{\text{def}}{=}F^{-1}\left\{c_+(\lambda)\left(1+\frac{\rho_-}{\rho_+}\cdot\frac{\gamma_+}{\gamma_-}\cdot\operatorname{cth}(d\gamma_-)\right)\right\},\ \big(\tilde{x}\in\Re^2\big),\ \operatorname{supp}(u)\subseteq\Sigma \tag{25}$$

Відносно функції $u(\tilde{x})$ отримуємо граничне псевдодиференційне рівняння:

$$u*F^{-1}\left\{\frac{-\gamma_-\cdot\gamma_+}{\rho_+\cdot\gamma_-+\rho_-\cdot\gamma_+\cdot\operatorname{cth}(d\gamma_-)}\right\}=-\frac{1}{\rho_+}\frac{\partial p}{\partial x_3}\bigg|_{x_3=+0},\ \big(\tilde{x}\in\Re^2\big). \tag{26}$$

У **третьому розділі** за схемою метода параметричних представлень інтегральних та псевдодиференційних операторів Ю.В. Ганделя введено нові граничні псевдодиференційні оператори, проведено аналіз структури їх ядер, виділено головну частину, яка є гіперсингулярним інтегральним оператором.

Точніше, доведено що отримані для варіантів плоскопаралельних структур рівняння (8), (17), (26) мають структуру, аналогічну структурі ядра задачі

дифракції скалярних хвиль на плоскому екрані в однорідному середовищі:

$$\Gamma[u]+S[u]+R[u]=f\,, \tag{27}$$

де u – шукана, f - відома функція, яка визначена падаючим полем, $R[u]$ - інтегральний оператор із гладким ядром, $S[u]$ - інтегральний оператор зі слабосингулярним ядром (невласний інтеграл), $\Gamma[u]$ - гіперсингулярний інтегральний оператор у сенсі Адамара:

$$\Gamma[u]=a.f.p.\int_{\Sigma}\theta(|x-y|)u(y)dy\,,\ \left(x\in\Re^3,\ y\in\Sigma\subset\Re^3\right), \tag{28}$$

$$\theta(|x-y|)\sim\frac{\theta_0}{|x-y|^3}\ \text{за умови}\ |x-y|\to 0\,,\ (\theta_0=const). \tag{29}$$

Лема 1 (структура ядра основної задачі). *Ядро* $K(\tilde{x})$, $\tilde{x}=(x_1,x_2)$ *рівняння (8) задачі дифракції (1)-(5) плоскої акустичної хвилі на абсолютно жорсткому тонкому обмеженому плоскому екрані* Σ, *що знаходиться на межі розділу двох середовищ (напівпросторів) з різними фізичними властивостями, має вигляд:*

$$K(\tilde{x})=\frac{1}{\rho_++\rho_-}\cdot\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right)\cdot\frac{e^{ik_+|\tilde{x}|}}{|\tilde{x}|}+\frac{2k_+^2\rho_++k_-^2(\rho_++\rho_-)}{4(\rho_++\rho_-)^2}\cdot\frac{e^{ik_+|\tilde{x}|}}{|\tilde{x}|}+P(|\tilde{x}|), \tag{30}$$

де $\tilde{x}=(x_1,x_2)$, $P(\xi)=F^{-1}\{Q\}(\xi)\in C^1(\Re^2)$, $Q(\tau)\in O(\tau^{-3})$, *при* $\tau\to\infty$.

Лема 2 (структура ядра модифікованої задачі). *Ядро* $K(\tilde{x})$, $\tilde{x}=(x_1,x_2)$ *рівняння (26) задачі дифракції (18)-(23) плоскої акустичної хвилі на абсолютно жорсткому тонкому обмеженому плоскому екрані* Σ, *що знаходиться над абсолютно жорсткою стінкою на межі розділу двох середовищ (напівпростору та шару) з різними фізичними властивостями, має вигляд:*

$$K(\tilde{x})=\frac{1}{\rho_++\rho_-}\cdot\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right)\cdot\frac{e^{ik_+|\tilde{x}|}}{|\tilde{x}|}+\frac{2k_+^2\rho_++k_-^2(\rho_++\rho_-)}{4(\rho_++\rho_-)^2}\cdot\frac{e^{ik_+|\tilde{x}|}}{|\tilde{x}|}+H(|\tilde{x}|), \tag{31}$$

де $\tilde{x}=(x_1,x_2)$, $H(\xi)=P(\xi)+F^{-1}\{L\}(\xi)\in C^1(\Re^2)$.

Для рівняння (17) можна перетворити отримані формули у формули підходу, що базується на методі потенціалу.

У **четвертому розділі** за відомою схемою узагальненого методу замкнутих вихрових рамок І.К. Ліфанова побудована дискретна модель для наближеного опису розглянутих процесів. Досліджуються комп’ютерні аспекти обчислень отриманих гіперсингулярних та сильно осцилюючих інтегралів, а також інтегральних характеристик наближених розв’язків задач.

Наближення до розв’язку отриманих гіперсингулярних інтегральних рівнянь у класі кусково-сталих функцій на ступеневій області Σ', що наближає екран Σ, шукаємо у вигляді:

$$u(\tilde{x})=\sum_{\mu\in\mathrm{M}}u_\mu\cdot I_\mu(\tilde{x}),\quad \tilde{x}=(x_1,x_2), \tag{32}$$

де $|\mathrm{M}|<\infty, \Sigma' = \bigcup_{\mu\in\mathrm{M}} \Sigma_\mu$, $\Sigma_\mu \cap \Sigma_\eta = \varnothing$ $(\mu \neq \eta)$, сітка $\{\Sigma_\mu\}_{\mu\in\mathrm{M}}$ будується шляхом рівномірного розбиття екрана Σ' на квадрати, $u_\mu = u(\tilde{x}_\mu)$, $\tilde{x}_\mu$ - центр квадрату Σ_μ (точка колокації), $I_\mu(\tilde{x}) = \begin{cases} 1, \tilde{x} \in \overline{\Sigma}_\mu \\ 0, \tilde{x} \notin \overline{\Sigma}_\mu \end{cases}$ - індикаторна функція Σ_μ.

Підстановка функцій (32) до рівнянь (8), (17) або (26) та використання результатів третього розділу щодо структури їх ядер дозволили отримати дискретну модель у формі системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР):

$$u(\tilde{x}) * K(\tilde{x}) = \sum_{\mu\in\mathrm{M}} u_\mu \cdot \text{a.f.p.} \iint_{\Sigma_\mu} K(|\tilde{x} - \tilde{x}_\nu|) d\tilde{x} = f(\tilde{x}_\nu),\ \forall \nu \in \mathrm{M} : \tilde{x}_\nu \in \Sigma_\nu, \quad (33)$$

з якої невідомі u_μ знаходимо методом Гауса, котрий демонструє чисельну стійкість, принаймні для отриманих систем порядку $|\mathrm{M}|^2 \sim 10^6 - 10^8$.

Перевагою форми ядер, що отримані у Лемах 1 та 2, є те, що гіперсингулярні інтеграли вигляду

$$\text{a.f.p.} \iint_\Omega \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \cdot \frac{e^{ik|\tilde{x}|}}{|\tilde{x}|} d\tilde{x},\ \ \tilde{x} = (x_1, x_2), \quad (34)$$

можна звести до інтегралів по рамці $\partial\Omega$ відповідно до прийому І.К. Ліфанова.

Здійснення такої схеми в роботі забезпечено побудовою методу комп'ютерного обчислення тих інтегралів від осцилюючих функцій (Рис. 4), що входять в $P(|\tilde{x}|)$ (30), наприклад

$$Q = \int_0^\infty |\lambda| \cdot j_0(r|\lambda|) \cdot \frac{\rho_+\rho_-(k_+^2 - k_-^2)^3 - \rho_-(\rho_+ - \rho_-)(k_+^2 - k_-^2)^2 \gamma_+(\gamma_+ + \gamma_-)}{2(\rho_+ + \rho_-)^2 \gamma_+(\gamma_+ + \gamma_-)^3 (\rho_-\gamma_+ + \rho_+\gamma_-)} \cdot d(|\lambda|) \quad (35)$$

де j_0 - функція Бесселя першого роду нульового порядку, $r \in \Re$.

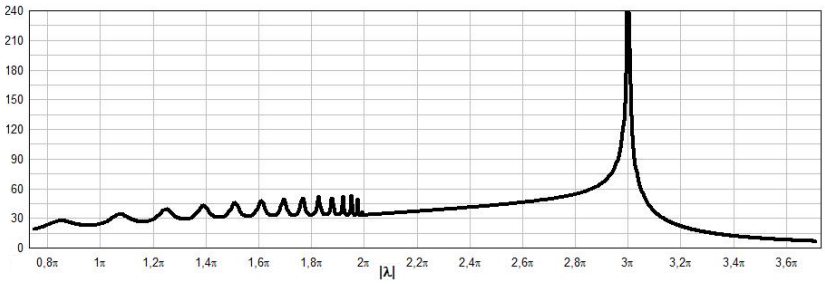

Рис. 4. Приклад графіку підінтегральної функції в (35).

Комп'ютерним аспектам реалізації алгоритмів присвячено підрозділ 4.3, де для інтегралів (35) підібрані методи обчислень з відомих бібліотек алгоритмів IMSL та «БЧА НИВЦ МГУ», що дозволяють, наприклад, на комп'ютері (512Mb, 1.6GHz) отримати за 21,5 хвилини матрицю та розв'язати СЛАР у випадку $|\mathrm{M}| = 576$.

Обчисленню важливих інтегральних характеристик для задач дифракції присвячено підрозділ 4.4, де отримано формули для діаграми спрямованості (Рис. 5), поперечника розсіяння і коефіцієнту розсіяння.

П'ятий розділ присвячено питанням побудови комп'ютерного інструментарію та перевірці його якості, зокрема, функціональності, точності (Рис. 6) та ефективності.

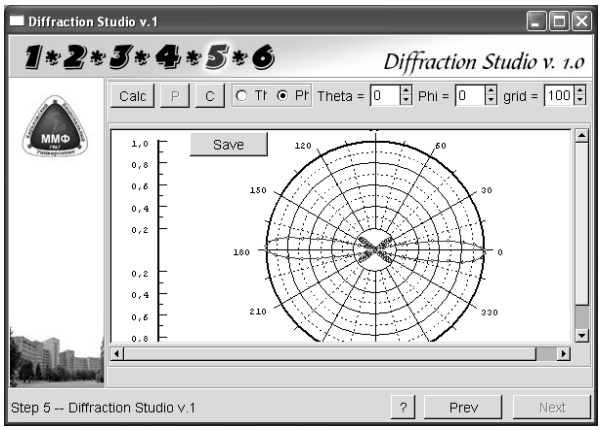

Рис. 5. Діаграма спрямованості у вікні програми Diffraction_on_Rectangle v.1.

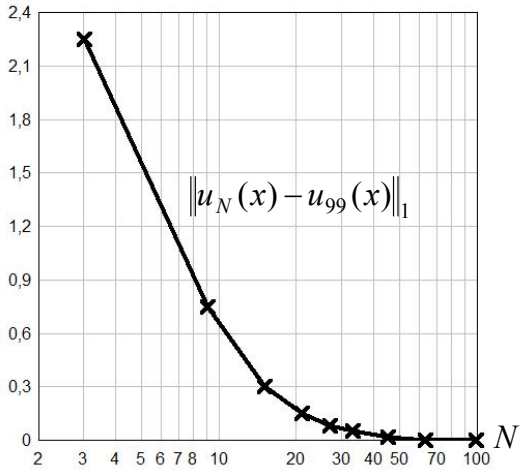

Рис. 6. Приклад візуалізації дослідження точності розв'язків ($u_N(x)$ - розв'язок при розбитті $|\mathrm{M}| = N^2$).

В підрозділі 5.1 наведені програмні системи комп'ютерного моделювання, реалізовані автором на мові програмування Ада 95 (Diffraction_on_Rectangle v.1 з графічним інтерфейсом на основі GTKAda), та задля пришвидшення обчислень – на мові Фортран 90 із використанням відібраних у розділі 4 підпрограм бібліотек IMSL та «БЧА НИВЦ МГУ».

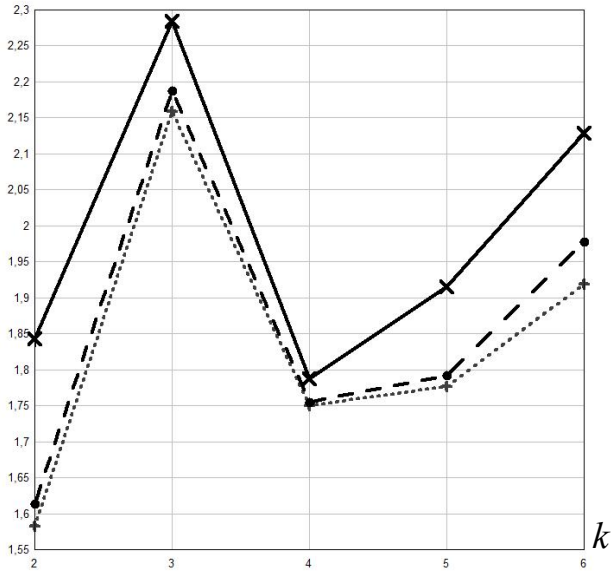

Рис. 7. Графік результатів обчислення коефіцієнта розсіяння $\sigma(k)$ для диску (випадок нормального падіння)

результати Ю.В. Ганделя
обчислення при 60x60
обчислення при 40x40

Дослідження правильності обчислень та практичної збіжності проводиться у підрозділі 5.3 за L_1 та L_∞ нормами та у сенсі стабілізації діаграм спрямованості. У підрозділі 5.4 будується каскад еталонних моделей для перевірки узгодженості нових чисельних результатів з відомими результатами інших авторів, або такими, що отримані іншими методами.

Для однієї з базових еталонних задач – задачі дифракції плоскої акустичної хвилі на круглому нескінченно тонкому абсолютно жорсткому диску – проведено

порівняння (Рис. 7) з результатами Ю.В. Ганделя[1], які він отримав при $k_+ = k_- = k$ спеціальним методом з оцінкою похибки.

На завершення, розділ 5 вміщує результати контролю процесу розробки вказаних систем, узгодженого із вимогами стандарту IEEE 982, та внутрішнього (тобто авторського) контролю цих програм згідно з вимогами стандарту ISO/IEC TR 9126-3:2003. Опрацьовано також (згідно з вимогами стандарту ISO/IEC TR 9126-2:2003) метод оцінки якості за результатами зовнішньої експертизи подібних систем.

У **шостому розділі**, беручи до уваги якість створеного комп'ютерного інструментарію, розглянуто стійкість чисельного методу, досліджено відповідність результатів комп'ютерних експериментів фізичному змісту явища дифракції, розроблено метод пониження розмірності СЛАР.

Для прямокутних екранів підтверджена блочно-діагональна перевага у матрицях СЛАР дискретних моделей всіх варіантів постановок, що гарантує невиродженість та обчислювальну стійкість СЛАР, отриманих даним методом. Для екранів інших розглянутих форм цей висновок, характерний за наявності гіперсингулярної складової в ядрах псевдодиференційних операторів вихідної моделі, підтверджено в багатьох серіях обчислювальних експериментів.

Розроблено чисельний метод дослідження поведінки (Рис. 8) розв'язків (32) поблизу краю екранів різної форми з метою перевірки точності виконання умови скінченності енергії (5). Це дозволяє застосовувати оцінку вигляду $C \cdot r^{\alpha}$ (r - відстань до краю) для тестування близькості наближеного розв'язку до точного за ознакою вигляду $|\alpha - 0.5| < \varepsilon$.

Показано, що вигляд діаграм спрямованості залежно від $k_{\pm}$ та кутів нахилу падаючого поля відповідає фізичному баченню, а практична збіжність максимумів таких діаграм слугує ознакою практичної збіжності розв'язків.

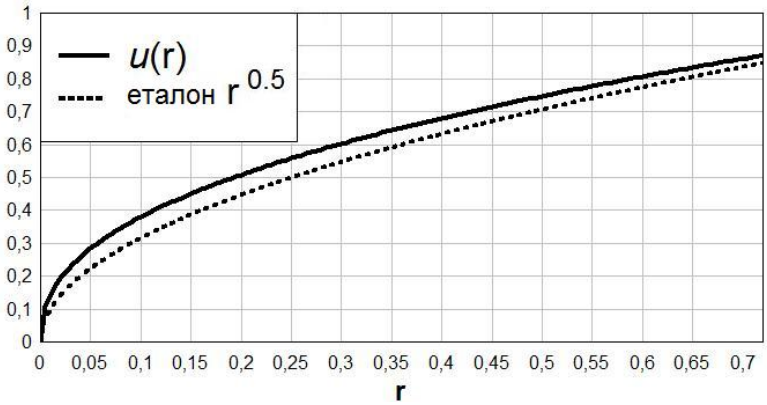

Рис.8. Приклад поведінки розв'язку в околі краю екрана «рамка». Оцінка вигляду $C \cdot r^{\alpha}$ при $r \to 0$: —— $\alpha \approx 0.42$ (чисельно).

Досліджено вплив зміни матеріалу середовища в напівпросторі під екраном (k_- та ρ_-) на вигляд діаграм спрямованості та тривалість обчислень.

При застосуванні МДО дискретизація сингулярних або гіперсингулярних рівнянь, неодмінних у цих методах, вимагає обмежень на форму клітин сітки, якою вкривають екран. Вона повинна бути приблизно квадратною, що не

[1] Гандель Ю.В. Интегральные уравнения некоторых аксиально симметричных задач математической теории дифракции волн: дис. … кандидата физ.-мат. наук: 01.003 / Гандель Юрий Владимирович. – Харьков, 1971. – 133с.

дозволяє для видовжених екранів очевидним прийомом скоротити розмірність дискретної моделі (за умови збереження точності обчислень), на відміну від застосувань, наприклад, методу скінченних елементів. Але даною особливістю екрана можна скористатися в інший спосіб, якщо вважати шуканий розв'язок наближеним до результату добутку двох функцій різних аргументів (факторизація). У підрозділі 6.3 на основі застосування нової модифікації методу найменших квадратів розроблено і протестовано метод перевірки за допомогою комп'ютера прийнятності такої факторизації для явищ, які описує постановка вигляду (1)-(5) для екранів видовжених форм.

ВИСНОВКИ

У дисертації побудовані математичні моделі процесу дифракції акустичних хвиль на плоскопаралельних структурах, відповідні дискретні моделі та розроблений комп'ютерний інструментарій для проведення чисельного аналізу дифракції за цими моделями.

Основні наукові і практичні результати роботи полягають у такому:

1. Вперше побудовані математичні моделі на основі псевдо-диференційного (гіперсингулярного) рівняння процесу дифракції акустичних хвиль у тривимірному просторі на таких плоскопаралельних структурах:

- плоскому жорсткому обмеженому екрані, розташованому в площині розділу середовищ з різними фізичними властивостями;
- на плоскому жорсткому обмеженому екрані, розташованому над жорсткою стінкою в однорідному просторі;
- плоскому жорсткому обмеженому екрані, розташованому на поверхні шару над жорсткою стінкою (узагальнення попереднього випадку).

Це дозволяє будувати нові методи розв'язання і дослідження задач дифракції акустичних хвиль на плоскопаралельних структурах, складених з жорстких екранів та шарів зі сталими фізичними властивостями.

2. За методом параметричних представлень псевдодиференційних і гіперсингулярних інтегральних операторів введено нові псевдодиференційні оператори, які визначають побудовані моделі, та досліджено їхні ядра. Це дозволяє використовувати структуру та вигляд головної частини таких операторів (які визначено як гіперсингулярні) для побудови адекватних дискретних моделей дифракційних процесів, що розглядаються.

3. На основі відомої схеми методів дискретних особливостей вперше побудовано дискретну модель для наближеного опису розглянутих процесів дифракції. Ця модель дозволяє безпосередньо розробляти алгоритми та програмні засоби комп'ютерного моделювання.

4. Вперше створено комп'ютерний інструментарій для моделювання дифракції акустичних хвиль у просторі на плоскопаралельних структурах, що дозволяє досліджувати властивості побудованих моделей і зменшити кількість необхідних фізичних експериментів у акустичних дослідженнях.

5. Вдосконалено за рахунок додання критеріїв, що мають фізичний зміст,

методи аналізу результатів обчислювальних експериментів, які дозволяють обґрунтовувати коректність застосування дискретних моделей, в тому числі у варіанті зниження розмірності СЛАР цієї моделі за рахунок наближеного представлення розв'язку добутком двох функцій різних аргументів.

6. Результати роботи впроваджені в навчальний процес у Харківському національному університеті імені В.Н. Каразіна.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. *Гахов А. В.* Вычислительный эксперимент на базе численного решения гиперсингулярного интегрального уравнения для прямоугольной области / А. В. Гахов, В. О. Мищенко // Вісник Харківського національного університету: Зб. наук. праць. – Харків, 2003. – № 590. – С. 84–91 – (Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління; вип. 1).
2. *Гахов А. В.* Эффективность вычислений МДО в скалярной задаче 3-мерной дифракции на экране, лежащем в плоскости раздела сред / А. В. Гахов // Вісник Харківського національного університету: Зб. наук. праць. – Харків, 2006. – № 733. – С. 76–91. – (Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління; вип. 6).
3. *Гахов А. В.* Математическое моделирование рассеяния акустических волн на жестком экране в слоисто-неоднородном полупространстве / А. В. Гахов // Вісник Харківського національного університету : Зб. наук. праць. – Харків, 2007. – № 775. – С. 92–98. – (Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління; вип. 7).
4. *Гахов А. В.* Численное исследование рассеяния скалярных волн плоским экраном на границе слоя в полупространстве над жесткой плоскостью / А. В. Гахов // Вісник Харківського національного університету: Зб. наук. праць. – Харків, 2007. – № 780. – С. 79–93. – (Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління; вип. 8).
5. *Гахов А. В.* Математические модели и численный эксперимент в 3D задачах акустической дифракции на плоскопараллельных структурах / А. В. Гахов // Вісник Запорізького національного університету: Зб. наук. статей. – Запоріжжя, 2008. – №1. – С. 26-35. – (Серія: Фізико-математичні науки).
6. *Гахов А. В.* Трехмерная модель метода дискретных особенностей рассеяния скалярных волн экраном на границе раздела сред / А. В. Гахов, В. О. Мищенко // Вестник Херсонского национального технического университета: Зб. наук. праць. – Херсон, 2006. – № 2(25). – С. 135–140.
7. *Gahov A. V.* The validation of the software that was developed for calculations related to the design of antennas / A. V. Gahov, V. O. Mishchenko // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2007. – №6 (25). – С. 180–185.

8. *Гахов А. В.* Поиск математической модели при анализе связи между видами качества расчетных программ / А. В. Гахов, В. О. Мищенко // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2008. – №6 (33). – С. 214–218.
9. *Gahov A.* Testing a new approach to the analysis of projects development using generalization parameters offered by software science / A. Gahov // International Conference of Science and Technology Scalable Systems and Computer Networks Design and Applications. Kremenchuk, 28-30 September 2004. – Kremenchuk, 2004. – P. 118–119.
10. *Гахов А. В.* Вычислительный эксперимент на базе решения задачи дифракции на ковре Серпинского методом дискретных особенностей / А. В. Гахов // Десята міжнародна наукова конференція ім. акад. М.Кравчука. Київ, 13-15 травня 2004р. – К., 2004. – С. 73.
11. *Гахов А. В.* Экспериментальное определение параметров достоверного моделирования дифракции на предфракталах методом дискретных особенностей / А. В. Гахов // Міжнародна школа-семінар «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики». Орел, 22-24 лютого 2005р. – Орел, 2005. – С. 23–29.
12. *Гахов А. В.* Численные эксперименты на базе программной реализации 3-мерной акустической дифракции на плоском экране / А. В. Гахов // XII Міжнародний симпозіум «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики». Херсон, 13-18 червня 2005 р. — Харків; Херсон, 2005. — С. 93–96.
13. *Gahov A.* The Hypersingular Equation Technique for the 3-d Problem of Diffraction on a Metal Screen in a Stratified Medium / A. Gahov, V.Mishchenko // 11th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. Kharkiv, 26-29 June 2006. – Kharkiv, 2006. – P. 602–604.
14. *Гахов А. В.* Математическая модель рассеяния акустических волн экраном, расположенном на слое конечной ширины / А. В. Гахов // XIII Міжнародний симпозіум «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики». Херсон, 10-17 червня 2007 р. – Харків; Херсон, 2007. – С. 100–104.
15. *Гахов А. В.* Компьютерное моделирование дифракции на планарных структурах на основе метода параметрических представлений интегральных и псевдодифференциальных операторов / А. В. Гахов, В. О. Мищенко // Дванадцята міжнародна наукова конференція ім. акад. М.Кравчука. Київ, 15-17 травня 2008р. – К., 2008. — С. 564.

АНОТАЦІЯ

Гахов А.В. Метод дискретних особливостей та комп'ютерний інструментарій для моделювання дифракції акустичних хвиль на тривимірних плоскопаралельних структурах. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання

та обчислювальні методи. – Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, 2008.

Дисертація присвячена побудові математичних моделей на основі псевдодиференційних рівнянь та розробці комп'ютерного інструментарію для розв'язання задачі дифракції акустичних хвиль на плоскопаралельних структурах, що побудовані з твердих екранів та середовищ із сталими фізичними властивостями.

Вперше побудовані математичні моделі на основі псевдодиференційного (гіперсингулярного) рівняння для процесу дифракції акустичних хвиль у тривимірному просторі на плоскому жорсткому обмеженому екрані, розташованому в площині розділу середовищ з різними фізичними властивостями; на плоскому жорсткому обмеженому екрані, розташованому над жорсткою стінкою в однорідному просторі; плоскому жорсткому обмеженому екрані, розташованому на поверхні шару над жорсткою стінкою.

За методом параметричних представлень псевдодиференційних і гіперсингулярних інтегральних операторів введено нові псевдодиференційні оператори, які визначають побудовані моделі, та досліджено їхні ядра. На основі відомої схеми методів дискретних особливостей вперше побудовано дискретну модель для наближеного опису розглянутих процесів дифракції. Вперше створено комп'ютерний інструментарій для моделювання дифракції акустичних хвиль у просторі на плоскопаралельних структурах, що дозволяє досліджувати властивості побудованих моделей і зменшити кількість необхідних фізичних експериментів у акустичних дослідженнях.

Вдосконалено за рахунок додання критеріїв, що мають фізичний зміст, методи аналізу результатів обчислювальних експериментів, які дозволяють обґрунтовувати коректність застосування дискретних моделей, в тому числі у варіанті зниження розмірності СЛАР цієї моделі за рахунок наближеного представлення розв'язку добутком двох функцій від різних аргументів.

Ключові слова: математичне моделювання, метод дискретних особливостей, псевдодиференційні та гіперсингулярні інтегральні рівняння, дифракція, плоскопаралельні структури, комп'ютерний інструментарій.

АННОТАЦИЯ

Гахов А.В. Метод дискретных особенностей и компьютерный инструментарий для моделирования дифракции акустических волн на трехмерных плоскопараллельных структурах. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, 2008.

Диссертация посвящена построению математических моделей в форме псевдодифференциальных уравнений и разработке компьютерного инструментария для решения задачи дифракции акустических волн на

плоскопараллельных структурах, которые построены из твердых экранов и сред с постоянными физическими свойствами.

Впервые построены математические модели на основе граничного псевдодифференциального (гиперсингулярного) уравнения для процесса дифракции акустических волн в трехмерном пространстве на плоском жестком ограниченном экране, расположенном в плоскости раздела сред с разными физическими свойствами; на плоском жестком ограниченном экране, расположенном над жесткой стенкой в однородном пространстве; плоском жестком ограниченном экране, расположенном на поверхности слоя над жесткой стенкой. Это позволяет строить новые методы исследований задач дифракции акустических волн на плоскопараллельных структурах, состоящих из жестких экранов и слоев с постоянными физическими свойствами.

По методу параметрических представлений интегральных и псевдодифференциальных операторов введены новые псевдодифференциальные операторы, которые определяют построенные модели, а также исследованы их ядра. Это позволяет использовать структуру и вид главной части таких операторов (которые являются гиперсингулярными) для построения адекватных дискретных моделей дифракционных процессов.

На основе известной схемы методов дискретных особенностей впервые построена дискретная модель для приближенного описания рассмотренных процессов дифракции. Эта модель позволяет непосредственно разрабатывать алгоритмы и программные средства компьютерного моделирования.

Впервые создан и подвергнут анализу качества компьютерный инструментарий математического моделирования дифракции акустических волн в трехмерном пространстве на плоскопараллельных структурах, что позволяет уменьшить количество необходимых физических экспериментов.

За счет добавления критериев, имеющих физический смысл, усовершенствованы методы анализа результатов вычислительных экспериментов, которые позволяют обосновать корректность применения дискретных моделей, в том числе в варианте понижения размерности СЛАУ этой модели за счет приближенного представления решения произведением двух функций разных аргументов.

Ключевые слова: математическое моделирование, метод дискретных особенностей, псевдодифференциальные и гиперсингулярные интегральные уравнения, дифракция, плоскопараллельные структуры, компьютерный инструментарий.

SUMMARY

Gakhov A.V. Discrete singularity method and computer tools for modelling of diffraction of acoustic waves on three-dimensional plane-parallel structures. - Manuscript.

Thesis for the scientific degree of the candidate of the physical and mathematical sciences on the speciality 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods. – A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine, Kharkov, 2008.

The thesis is dedicated to development of mathematical models in the form of pseudodifferential equations and development of software for the problem of diffraction of acoustic waves on flatness structures constructed from solid screens and media with constant properties.

The mathematical models based on a pseudodifferential (hypersingular) equation have been developed for the first time for the flatness structures such as a flat rigid bounded screen located in the medium division plane, a flat rigid bounded screen located on the layer surface which is bounded with a rigid plane, a flat rigid bounded screen located above a rigid plane in homogeneous space.

Using the method of parametric representation of hypersingular integral and pseudodifferential operators the new pseudodifferential operators have been evolved. The kernels of the operators are investigated. For investigated diffraction processes the discrete model has been built at first time using well-known scheme of discrete singularity methods.

The software for mathematical modeling of acoustic wave's diffraction in the space on flatness structures has been developed at first time. This software allows investigating of properties of the models and allows decreasing a number of physical experiments in acoustic researches.

The methods of analysis of numerical experiments results have been improved using criterions which have the physical meaning. These methods allow justifying the correctness of the application of the discrete models. Also the methods include the variant of decreasing of dimension of linear algebraic equations system of the models using the approximation of the solutions in form of product of two functions of different arguments.

Keywords: mathematical modeling, discrete singularities method, pseudodifferential and hypersingular integral equations, diffraction, flatness structures, computer tools.

Підписано до друку 30.03.09. Формат 60х84/16.

Папір офсетний. Друк ризографія.

Ум. друк. арк. 0.9. Тир. 100 прим. Зам. № 084-09.

Надруковано СПД ФО Бровін О.В. Св-во 2708608999.

м. Харків, майдан Свободи, 7. Т. (057) 758-01-08, (8066) 822-71-30